DO PIZZOFALCONE

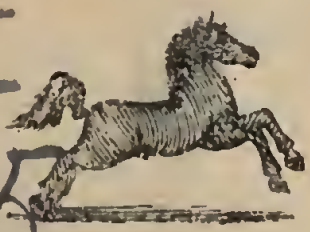
BIBLIOTECA PROVINCIALE

B. Prov.
I
1435

Armadio XXIII

Palchetto 6

Num.° d' ordine 18 2465 30



NAZIONALE
B. Prov.
I
1435
VITT EM. III
NAPOLI

607621

NOUVELLE TRIGONOMETRIE,

OU L'ON TROUVE LA MANIERE de calculer toutes sortes de Triangles rectilignes, sans les Tables de Sinus, & aussi par les Tables de Sinus.

Avec une application de la Trigonometrie à la mesure des Lignes droites accessibles & inaccessibles sur la terre.

Par M. OZANAM, Professeur des Mathematiques.

R C

de Montgaudier

A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés les Augustins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DC. XCVII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A

SON ALTESSE SERENISSIME

MONSEIGNEUR LE DUC DU MAINE,

PRINCE SOUVERAIN DE DOMBES,

Comte d'Eu, Pair de France, Gouverneur & Lieutenant général pour le Roy en Languedoc, Grand Maître de l'Artillerie, & Colonel général des Suisses.

MONSEIGNEUR,

L'honneur que j'ay d'appartenir presentement à Vôtre Alteſſe Sereniſſime,

comme un des Sujets de ſa Principauté de Dombes, m'engage à luy venir rendre mes hommages, en luy preſentant de nouveaux fruits de mon travail. L'eſtime particuliere que vous faites des beaux Arts, & la protection, dont vous honorez ceux qui les profeſſent, me donne lieu d'eſperer, MONSEIGNEUR, que vous recevrez favorablement cet Ouvrage, qui outre l'utilité que l'on en peut recevoir, a encore la grace de la nouveauté. Cet amour pour les beaux Arts a paſſé dans Vôtre Alteſſe Sereniſſime avec le Sang Royal de LOUIS LE GRAND, qui a ſi juſtement merité, non ſeulement le titre de Conquerant & d'Invincible, mais encore celuy de Protecteur & de Reſtaurateur des Arts & des Sciences. On voit paroître cet amour pour les beaux Arts dans toutes vos actions, MONSEIGNEUR, & particulierement dans le ſage choix que Vôtre Alteſſe Sereniſſime a fait de ſes Officiers, dont pluſieurs ſont diſtinguez par leur ſçavoir, & par la connoiſ-

ſance qu'ils ont des Mathematiques. La juſteſſe d'eſprit, & la penetration que tout le monde admire dans Vôtre Alteſſe Sereniſſime, vous a fait connoître les avantages que l'on tire des Mathematiques, & dans la Guerre & dans la Paix. Ce ſont les Mathematiques qui ont formé ces grands Ingenieurs, dont l'art a fait tomber les Forteresſes qui paroiſſoient les plus imprenables : Elles ont inſtruit les Capitaines & les Pilotes, qui ont ſi heureuſement ſervi l'Etat ſous vos Ordres, & ſous ceux de Monſeigneur l'Amiral frere de Vôtre Alteſſe Sereniſſime : Elles reglent & dirigent les coups des foudres de la Guerre, qui décident du ſort des Sieges & des Batailles. Perſonne ne connoît mieux tous ces Avantages que Vôtre Alteſſe Sereniſſime, qui s'eſt attachée avec une application incroyable à examiner la maniere des Campemens, la marche des Armées, & l'ordre des Batailles dans ces glorieuſes Campagnes, où Elle a tant de part, & où Elle a fait admirer ſa valeur & ſa

prudence. Dans la Paix les Mathematiques ne ſont pas moins neceſſaires que dans la Guerre. C'eſt par les Regles de cet Art, que l'on ſe conduit dans l'Agriculture & dans le Commerce. C'eſt à ces mêmes Regles que la Juſtice a recours dans les affaires les plus importantes; cette Juſtice que Vôtre Alteſſe Sereniſſime fait regner avec tant d'éclat, & à laquelle Elle vient de faire bâtir un Palais au centre de ſon Etat. Si cet Ouvrage que l'envie de vous rendre plus promptement mes hommages, m'a fait précipiter, a le bon-heur de plaire à Vôtre Alteſſe Sereniſſime, j'aurai l'honneur de luy preſenter dans la ſuite quelque Ouvrage plus conſidarable, pour luy donner des marques de mon zele, & du profond reſpect avec lequel je ſuis,

De Vôtre Alteſſe Sereniſſime,

Le tres-humble, tres-obeïſſant,
& tres-fidéle ſerviteur & ſujet,
OZANAM.

AU LECTEUR.

QUoy que les Tables de Sinus soient d'une tres-grande commodité pour la supputation des Triangles, dont on a ordinairement besoin dans toutes les parties de Mathematique, & principalement dans la Geometrie pratique; neanmoins comme ces Tables peuvent manquer au besoin, & que d'ailleurs elles doivent être extrémement correctes, ce qui est assez difficile, j'ay bien voulu composer ce petit Traité de la Trigonometrie rectiligne en faveur de ceux principalement qui s'appliquent à la Geometrie pratique, pour leur enseigner à supputer assez exactement un triangle rectiligne sans les Tables de Sinus, & sans que l'erreur qu'on ne peut pas éviter dans cette sorte de supputation, soit seulement

d'une minute à l'égard des angles du triangle : ce qui ſuffit pour pouvoir utilement mettre en uſage toutes les pratiques de la Geometrie commune, & pour toutes les autres parties de Mathematique, où l'on n'aura qué des Triangles rectilignes à ſupputer. Or comme ce Traité de ſimple Trigonometrie rectiligne auroit été trop petit, & trop ſterile, j'en ay fait l'application à la meſure des longueurs, c'eſt à dire des lignes droites acceſſibles & inacceſſibles ſur la terre, où j'ay reſolu les cas les plus difficiles qui peuvent arriver dans la pratique.

TRAITÉ DE LA TRIGONOMETRIE RECTILIGNE SANS LES TABLES DE SINUS,

ET

PAR LES TABLES DE SINUS.

LA Trigonometrie rectiligne considere les angles & les côtez d'un triangle rectiligne, & nous enseigne à trouver par le calcul trois de ces six choses, lorsque les trois autres sont connuës ; comme quand les trois côtez sont connus, pour trouver les trois angles ; ou bien quand on connoît deux côtez & un angle, pour connoître le

troiſiéme côté & les deux autres angles; ou bien encore quand on connoît deux angles & un côté, pour trouver le troiſiéme angle & les deux autres côtez; mais non pas quand on connoît les trois angles ſeulement, pour connoître les trois côtez, parce que la grandeur des trois côtez n'en dépend pas, mais ſeulement leur proportion, étant certain que l'on peut augmenter ou diminuer les côcôtez d'un triangle rectiligne ſelon telle proportion que l'on voudra, ſans changer la quantité des angles, dont je ne donne pas la démonſtration, tant parce qu'elle eſt facile, que parce que mon intention eſt de donner ſeulement icy la ſimple pratique ſans aucune theorie, fondé ſur les Elemens d'Euclide, & ſur un autre principe, dont je n'ay point d'autre démonſtration que l'experience; ſçavoir que *dans un triangle ſcaléne rectangle, le nombre des degrez & des mienutes du plus petit angle eſt telle partie de 172, que le plus petit côté eſt de la ſomme de l'autre côté & du double de l'hypotenuſe.*

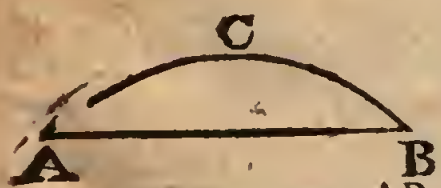
CHAPITRE I.

Des Definitions.

BIen que les termes dont nous nous ſervirons dans ce Traité, ſoient connus preſque de tout le monde ; neanmoins pour ne laiſſer aucune difficulté, j'ay crû qu'il étoit à propos d'en donner les definitions, ce que je tâcheray de faire avec toute la netteté qu'il me ſera poſſible.

I.

On appelle *Ligne* une étenduë en longueur ſans aucune largeur ni profondeur, telle qu'eſt la diſtance que l'on conçoit d'un lieu à un autre ſur la terre : ce qui fait que les gens du commun pour faire connoître qu'il y a une grande lieuë par exemple d'un Village à un autre, ils diſent qu'il y a une lieuë qui n'eſt pas bien large, mais qui eſt bien longue, concevans naturellement une ligne independamment d'aucune l'argeur. Il eſt évident qu'une ſemblable ligne eſt parce qu'elle eſt la



Droite, comme AB,

plus courte de toutes celles qu'on peut tirer du point A au point B, à la difference de la *Courbe*, qui eſt neceſſairement plus grande, comme ACB.

On meſure les lignes droites ſur la terre par d'autres lignes droites plus petites, qui ſont ordinairement des Toiſes, des Pieds, des Pouces, & des Lignes, & même des Points, quand on les veut connoître bien exactement : la *Toiſe* ayant ſix Pieds, le *Pied*, ayant douze Pouces, le *Pouce* ayant douze Lignes, & la *Ligne* ayant douze Points ſenſibles, le *Point ſenſible* étant la douziéme partie de la douziéme partie d'un Pouce, c'eſt à dire étant la douziéme partie d'une Ligne, à la difference du *Point Mathematique*, qui n'a aucune étenduë, parce qu'il n'a aucunes parties, & qui par conſequent ne peut être conçû que par l'entendement.

II.

On appelle *Surface* une étenduë en longueur & en largeur ſans aucune profondeur ou épaiſſeur, telle qu'eſt la Surface d'une piece de terre, ou d'une vaſte campagne, que l'on conſidere ſeulement ſelon ſa longueur & ſa largeur, en faiſant abſtraction de la profondeur. Quand une Surface eſt par tout également haute,

c'eſt à dire quand une ligne tirée comme l'on voudra, ſur cette ſurface, eſt droite, on la nomme *Surface plane*, ou ſimplement *Plan*. Toute autre Surface eſt appellée *Surface courbe*, comme la ſurface d'une Boule.

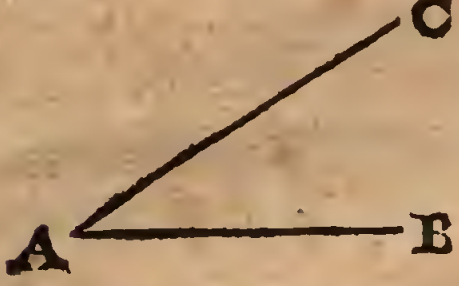
III.

On appelle *Corps*, ou *Solide*, une étenduë en longeur, en largeur, & en profondeur, ou hauteur, comme le dedans d'une chambre. La longueur qui convient à la ligne, la longeur & la largeur qui conviennent à la ſurface, & la longueur, la largeur & la profondeur qui conviennent au ſolide, ſont appellées *Dimenſions*. Ainſi vous voyez que la ligne n'a qu'une dimenſion, que la ſurface en a deux, & que le ſolide en a trois, & que l'on ne connoît point dans la Nature d'autres quantitez qui ayent plus de trois dimenſions, & c'eſt pour cela que celles à qui on attribuë plus de trois dimenſions, ſont appellées *Quantitez imaginaires*.

IV.

Quand une ligne en coupe une autre, ce qui ne ſe peut faire que lorſque ces deux lignes ſont inclinées l'une à l'autre, on dit qu'elles font un *Angle*, qui peut être plus grand ou plus petit, ſe-

lon que ces deux lignes ſont plus ou moins inclinées ; par où vous voyez que la grandeur d'un angle ne dépend pas de la quantité des lignes qui le forment, mais de leur inclinaiſon : de ſorte que bien que l'on change la longueur de ces lignes, en les augmentant ou en les diminuant comme l'on voudra, la quantité de l'angle demeurera la même, ſi l'inclinaiſon de ſes deux lignes ne change pas. Comme ſi les deux lignes

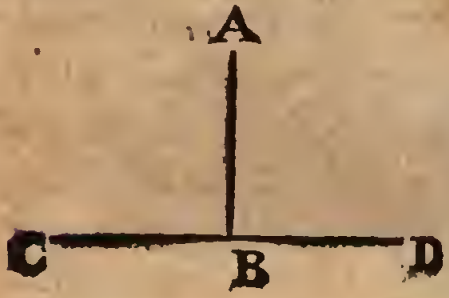


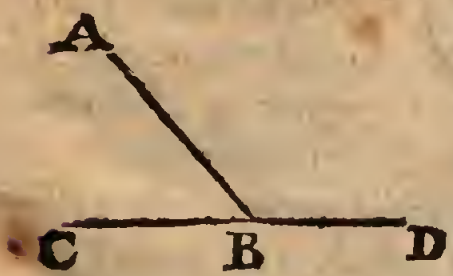
AB, AC, ſe coupent au point A, en s'inclinant l'une à l'autre, on dit qu'elles font en ce point A, un angle, qu'on exprime par la ſeule lettre A, lorſqu'au même point A il ne ſe forme qu'un angle, autrement on exprime cet angle par trois lettres, comme BAC, ou CAB, la lettre du milieu A repreſentant la pointe de l'angle qu'on appelle *Angle rectiligne*, quand les lignes qui le forment, ſont droites, comme icy.

V.

Lorſqu'une ligne droite tombe ſur une autre ligne droite, en ſorte qu'elle ne

s'incline pas plus d'un côté que d'autre, en faisant avec elle des angles égaux de part & d'autre ; ces deux lignes sont appellées *Perpendiculaires* l'une à l'égard de l'autre, & les deux angles égaux sont appellez *Droits*. Comme si la ligne AB tombe sur la ligne CD, en faisant avec elle les deux angles égaux ABC, ABD, la ligne AB est dite *Perpendiculaire* à la ligne CD, & reciproquement la ligne CD est dite *Perpendiculaire* à la ligne AB, parce qu'à l'égard de cette ligne AB elle ne panche pas plus d'un côté que d'autre : & chacun des deux angles égaux ABC, ABD, est appellé *Droit*. D'où il suit que tous les angles droits sont égaux entre eux. Il n'en n'est pas de même des autres angles, qu'on apelle *Obliques*, comme ABC, ou ABD, parce qu'ils peuvent être plus grands ou plus petits en une infinité de manieres differentes : & quand un tel angle est moindre qu'un angle

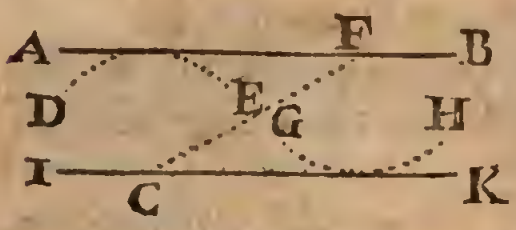




droit, on le nomme *Angle aigu*, comme ABC, & on l'appelle *Angle obtus*, quand il eſt plus grand qu'un droit, comme ABD.

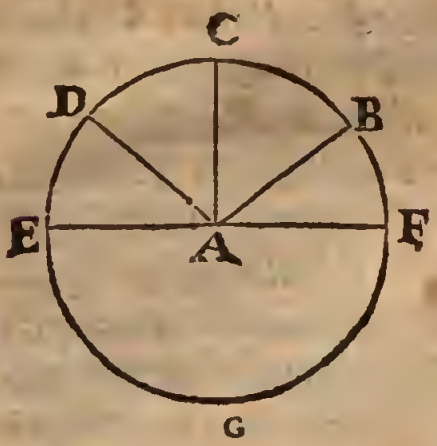
VI.

Mais lorſque deux lignes droites ne ſe coupent pas, & qu'étant prolongées de part & d'autre ſi loin qu'on voudra, elles ne ſe rencontrent jamais, étant part tout également éloignées entre elles ; on les appelle *Paralleles*, comme AB, IK.



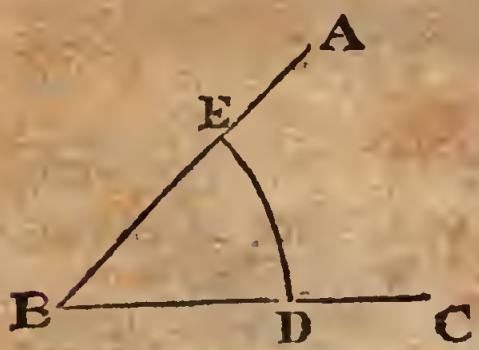
VII.

On appelle *Cercle* un Plan qui eſt termité par une ſeule ligne courbe, qu'on nomme *Circonference*, comme ECFG, au dedans de laquelle il y a un point, qu'on appelle *Centre*, comme A, duquel toutes les lignes droites tirées à la circonference, qu'on nomme *Demidiametres*, & auſſi *Rayons*, comme AB, AC, AD, ſont égales entre elles. Il eſt évident qu'une li-



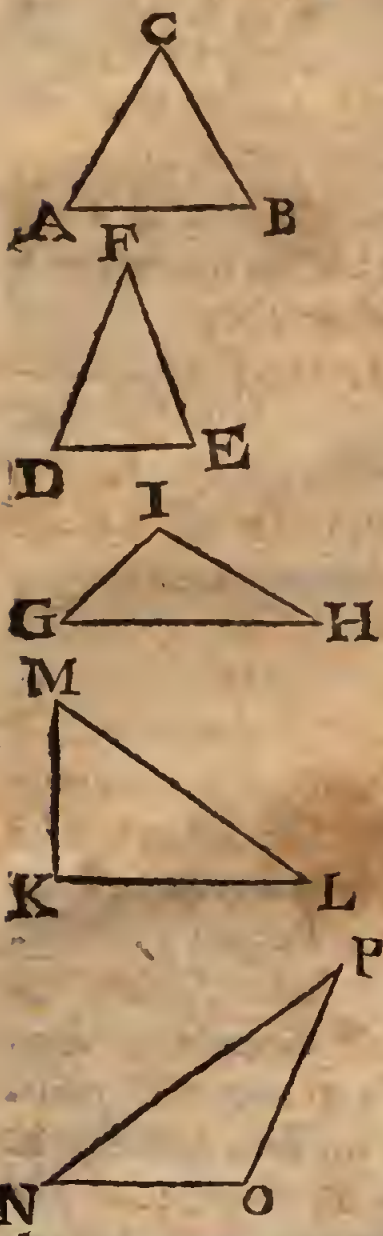
gne droite tirée comme l'on voudra par le centre, & terminée de part & d'autre par la circonference, comme EF, qu'on nomme *Diametre*, diviſe le Cercle en deux parties égales, telles que ſont ECF, EGF, dont chacune par conſequent eſt appellée *Demi-cercle.*

On diviſe la circonference d'un Cercle en 360 parties égales, qu'on nomme *Degrez*, & chaque degré en 60 parties égales, qu'on appelle *Minutes*, pour connoître la quantité d'un angle rectiligne, laquelle ſe connoît par le nombre des degrez & des minutes d'un arc de Cercle terminé par les deux lignes de l'angle, & décrit à telle ouverture qu'on voudra de la pointe du même angle. Ainſi parce que l'arc DE compris entre les deux lignes AB, BC, de l'angle rectiligne ABC, & ayant ſon centre à la pointe B de cet angle, ſe trouve icy de 45 degrez, on dira que le même angle ABC eſt de 45 degrez, & par conſequent plus grand qu'un autre qui ne ſeroit que de 40 degrez. Ainſi des autres.



VIII.

On appelle *Triangle Plan* un Plan terminé par trois lignes droites, qu'on nomme *Côtez*: & quand ces trois côtez ſont égaux, on l'appelle *Triangle équilateral*, comme ABC: mais on le nomme *Triangle iſoſcéle*, quand il a ſeulement deux côtez égaux, comme DEF, dont les deux côtez DF, EF, ſont égaux, à l'égard deſquels le troiſiéme côté DE eſt appellé *Baſe*: & enfin *Triangle ſcalene*, quand ſes trois côtez ſont inégaux, comme GHI.



Ces triangles reçoivent d'autres dénominations à l'égard de leurs angles, dont un ſeulement peut être droit, ou bien obtus, auquel cas les deux autres ſeront neceſſairement aigus, ou bien

les trois angles peuvent être aigus. Quand un des angles du triangle eſt droit, on le nomme *Triangle rectangle*, comme KLM, dont l'angle K eſt droit, & les deux autres L, M, ſont aigus. Tout autre triangle s'appelle *Triangle obliquangle*, qu'on nomme *Triangle oxygone*, quand il a ſes trois angles aigus, comme ABC, ou DEF, ou bien encore GHI: & *Triangle amblygone*, quand il a un angle obtus, comme NOP, dont l'angle O eſt obtus, & les deux autres N, P, aigus.

Tout angle droit eſt de 90 degrez, & les trois angles d'un triangle font enſemble deux droits, ou 180 degrez. D'où il ſuit qu'un *Triangle équilateral* eſt neceſſairement oxygone, parce que ſes trois angles étant égaux, chacun doit être de 60 degrez, ſçavoir la troiſiéme partie de 180 degrez. Il s'enſuit auſſi qu'un triangle ne peut avoir qu'un angle droit, ou bien qu'un angle obtus, ni jamais un angle droit & un angle obtus tout enſemble: & qu'ainſi un *Triangle rectangle* peut bien être iſoſcéle, ou bien ſcaléne, mais jamais équilateral. Il en eſt de même du *Triangle amblygone*.

Le côté oppoſé au plus grand angle d'un triangle, eſt auſſi le plus grand: & ce plus grand côté dans un triangle re-

étangle, comme LM, se nomme *Hypotenuse*, qui est toujours opposé à l'angle droit qui est le plus grand. Ainsi lorsque dans la suite nous parlerons des côtez d'un triangle rectangle, comme KLM, cela se doit entendre des deux lignes KL, KM, qui forment l'angle droit K, dont le côté opposé LM est l'hypotenuse.

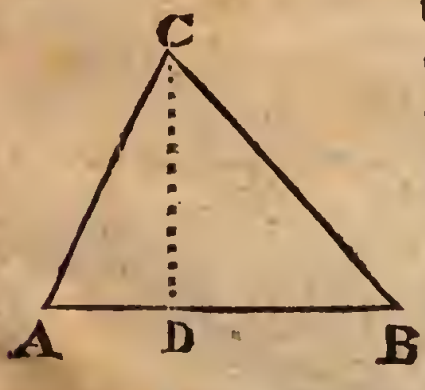
Le triangle rectangle a une proprieté remarquable, qu'il ne faut pas icy negliger, sçavoir que si on multiplie chacun de ses deux côtez par luy-même, quand on les connoît en nombres, & qu'on ajoûte ensemble les deux produits, dont chacun est appellé *Quarré* à l'égard du côté qu'on a multiplié par luy-même, la somme est égale au Quarré de l'hypotenuse, c'est à dire au nombre qui viendra en multipliant aussi l'hypotenuse par elle même.

Comme si le côté KM du triangle rectangle KLM, est par exemple de 175 toises, le côté KL de 288, & l'hypotenuse LM de 337, en multipliant le côté KM par luy-même, c'est à dire 175 par 175, l'on aura 30625 pour le quarré de ce côté KM, & multipliant pareillement le côté KL par luy-même, ou 288 par 288, l'on aura 82944 pour le quarré de ce côté KL, & si l'on ajoûte ensemble ces

deux quarrez 30625, 82944, la ſomme 113569 eſt égale au quarré de l'hypotenuſe LM, lequel on trouve en multipliant cette hypotenuſe par elle-même, ſçavoir 337 par 337.

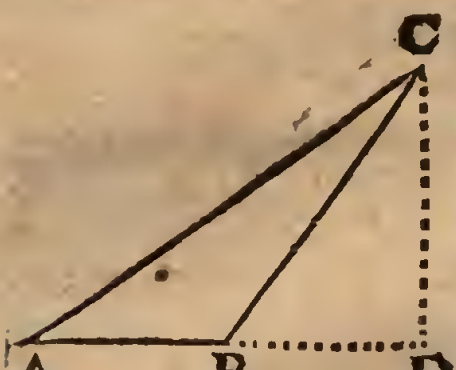
Il n'arrive pas la même choſe dans un triangle obliquangle, dont le plus grand côté eſt tel, que ſon quarré eſt plus grand que la ſomme des quarrez des deux autres côtez, lorſque ſon angle oppoſé eſt obtus, & quand il eſt aigu, le quarré de ce côté oppoſé eſt plus petit que la ſomme des quarrez des deux autres côtez. Par là on peut connoître, en meſurant les côtez d'un triangle, quand un de ſes angles ſera droit, ou aigu, ou obtus.

Le côté d'un triangle, ſur lequel on a tiré de l'angle oppoſé une perpendiculaire, ſe nomme *Baſe*, & cette perpendiculaire s'appelle *Hauteur*, qui tombera toujours au dedans du triangle, lorſque les deux angles à la baſe ſeront aigus, & elle diviſera la baſe en deux parties, qu'on appelle *Segmens*, comme AD, BD, que fait la hauteur ou ligne CD, qui eſt perpendiculaire à la baſe AB.



Les deux ſegmens AD, BD, ſeront égaux entr'eux, lorſque les deux côtez AC, BC, ſeront égaux, autrement ces deux ſegmens ſeront inégaux, le plus petit étant vers le plus petit des deux côtez, & le plus grand vers le plus grand côté. Comme ſi le côté AC eſt plus petit que le côté BC, le plus petit ſegment ſera AD, & le plus grand ſera CD.

Quand l'un des deux angles à la baſe, comme B, eſt obtus, la perpendiculaire CD tombe au dehors du triangle vers l'angle obtus B, de ſorte qu'elle rencontre la baſe AB prolongée au point D, hors du triangle ABC, dont la hauteur ſera toujours la perpendiculaire CD, & les deux ſegmens ſeront toujours les lignes AD, BD.



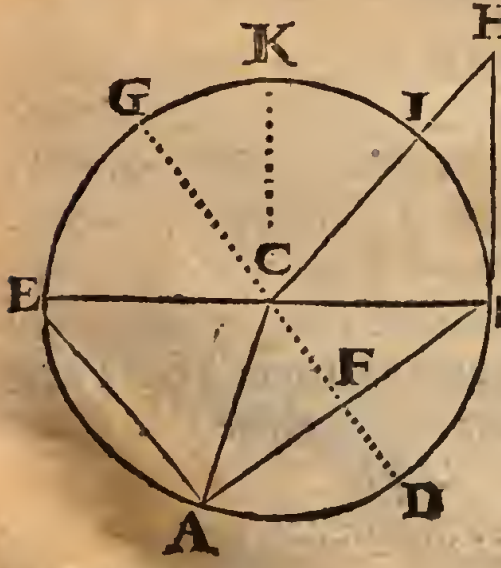
IX.

On appelle *Complement* à l'égard d'un arc, ou d'un angle, ce de quoy cet arc, ou cet angle eſt plus grand ou moindre que de 90 degrez. D'où il ſuit que l'on a en degrez ce Complement, en ôtant de 90 degrez le nombre des degrez de l'arc, ou de l'angle, ſi ce nombre eſt

plus petit que 90 : ou bien en ôtant 90 degrez du nombre des degrez de l'arc, ou de l'angle, ſi ce nombre eſt plus grand que 90.

Ainſi l'on connoîtra que ſi un arc, ou l'angle qu'il meſure, eſt par exemple de 30 degrez, ſon complement ſera 60, qui eſt auſſi le complement d'un arc de 150 degrez, lequel avec le precedent, que nous avons ſuppoſé de 30 degrez, fait 180 degrez, ou un demi-cercle. Par où l'on voit que deux arcs, ou deux angles, leſquels pris enſemble font 180 degrez, ont un même complement. On voit auſſi que dans un triangle rectangle, chacun des des deux angles aigus eſt le complement de l'autre, parce que les trois angles d'un triangle font enſemble 180 degrez.

X.



On appelle *Corde* d'un arc, ou de l'angle qu'il meſure, la ligne droite qui joint les deux extrémitez de cet arc. Ainſi l'on connoîtra que la droite AB eſt la

Corde de l'arc ADB, ou de l'angle ACB qu'il mesure, & qu'elle est aussi la corde de l'arc AEB, lequel avec le precedent ADB fait la circonference entiere du Cercle.

XI.

On appelle *Corde du complement* d'un arc, ou d'un angle, la corde de la difference entre cet arc & le demi-cercle. Ainsi l'on connoîtra que la droite AE est la corde du complement de l'arc ADB, & aussi de l'arc AEB.

XII.

La moitié de la corde d'un arc est appellée *Sinus* de la moitié de cet arc. Ainsi la corde AB des deux arcs ADB, AEB, étant divisée à angles droits & en deux également au point F, par le diametre GD, qui divise aussi également les deux arcs ADB, AEB, la moitié AF, ou BF de cette corde AB, sera le Sinus de la moitié AD, ou BD, de l'arc ADB, & aussi le sinus de la moitié AG, ou BG, de l'arc AGB. Par où l'on voit que comme une corde appartient à deux arcs, lesquels pris ensemble font le Cercle entier : aussi un sinus appartient à deux arcs égaux ensemble à un demi-cercle.

XIII.

La droite BH, laquelle étant perpendiculaire

diculaire au diametre BE, touche l'arc IB en ſon extrémité B, & ſe termine en H, par la droite CH tirée du centre C, par l'autre extrémité I; eſt appellée *Tangente* de cet arc BI, & auſſi de l'arc EI, qui eſt le reſte du premier au demi-cercle : & la droite CH, qui termine la tangente BH, eſt appellée *Secante* des deux mêmes arcs EI, BI.

XIV.

La tangente & la ſecante d'un arc de Cercle croiſſent continuellement à meſure que cet arc devient plus grand, juſqu'à ce que l'arc devienne un quart de Cercle, ou de 90 degrez, auquel cas ces deux lignes, c'eſt à dire la tangente & la ſecante deviennent infinies. Ainſi l'on voit que le quart de Cercle BK, ou EK, n'a point de tangente, ni de ſecante, mais il a bien un ſinus, ſçavoir CK, lequel étant le plus grand de tous les ſinus, eſt appellé *Sinus total*, & on le nomme auſſi *Rayon*, parce qu'il eſt égal au demi-diametre du Cercle, duquel demi-diametre, ou rayon toutes les autres lignes dépendent.

C'eſt pourquoy on a diviſé par la penſée ce rayon en 10000000 parties égales, ou ſeulement en 100000, ce qui ſuffit pour les calculs de la Geometrie

pratique : & dans ces parties on a supputé la quantité des sinus, des tangentes, & des secantes de tous les arcs du quart de Cercle, de minute en minute, dont on a fait des Tables appellées *Tables de sinus*, pour s'en servir dans la resolution des triangles, comme vous allez voir à l'égard des triangles rectilignes, que nous resoudrons aussi sans ces Tables, pour la commodité de ceux qui n'en auront point, ou qui n'oseront pas s'y fier.

CHAPITRE II.

Des Problemes Geometriques, tant sur le papier que sur le terrein.

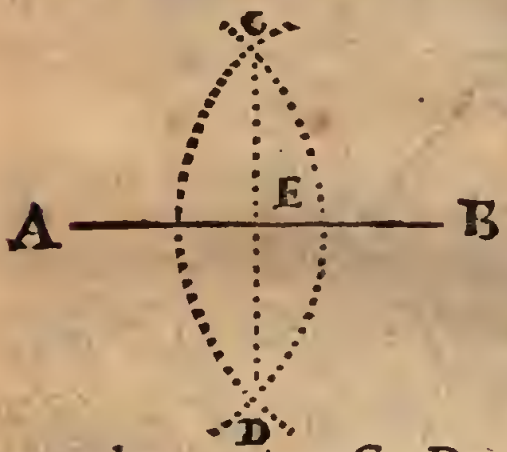
COmme l'on a souvent besoin dans la Geometrie pratique de décrire sur le papier ou sur le terrein une Figure dans ses mêmes angles & dans la même proportion de ses côtez : & que pour cette fin il faut tirer quelque ligne perpendiculaire, ou paralelle, ou bien mesurer un angle, ou en faire un d'autant de degrez que l'on voudra, ce qui est absolument necessaire dans la Longimetrie, dont nous traiterons aprés la Tri-

gonometrie ; j'ay cru qu'il faloit commencer par ces Problemes, avant que de venir à la Trigonometrie.

PROBLEME I.

Diviſer une ligne donnée en deux également.

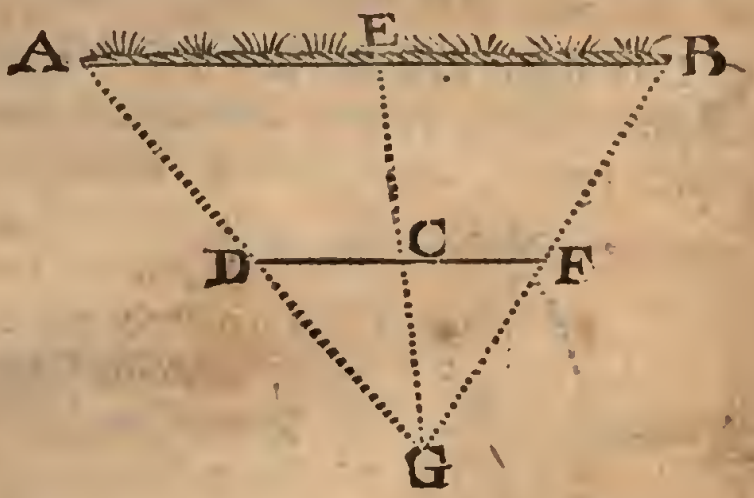
SI la ligne donnée AB eſt ſur le papier, on la pourra diviſer en deux parties égales, en décrivant de ſes deux extrémitez A, B, avec une même ouverture du Compas, mais telle qu'on voudra, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent icy aux deux points C, D, par où l'on tirera la droite CD, qui diviſera en deux également au point E, la ligne propoſée AB.



Si la ligne donnée AB eſt ſur le terrein, & qu'elle ſoit acceſſible, on étendra un cordeau le long de cette ligne, pour en avoir la longueur, & ce cordeau étant redoublé en joignant ſes deux bouts, on

aura la moitié de la ligne : c'eſt pourquoy ſi ſur cette ligne on applique ce cordeau ainſi redoublé, depuis l'une de ſes deux extrémitez A, B, l'on aura en E, ſon point de milieu.

Mais ſi la ligne propoſée AB, eſt inacceſſible, on luy tirera par le point C, pris à diſcretion ſur la terre, la paralelle

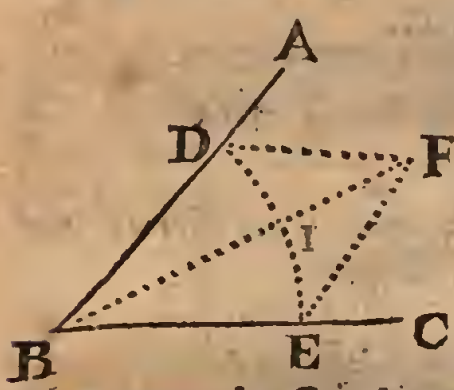


DF, comme il ſera enſeigné au *Probleme X.* independemment de celuy-ci : & ayant pris ſur cette paralelle DF, les deux parties égales CD, CF, d'une longueur volontaire, tirez à la vûë les deux lignes AD, BF, & les prolongez juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en un point, comme G, où l'œil étant appliqué, vous tirerez à la vûë de ce point G, par le point C, le rayon viſuel GC, lequel étant prolongé vous fera connoître le point de milieu E de la ligne propoſée AB.

PROBLEME II.

Diviſer un Angle donné en deux également.

PRemierement ſi l'angle ABC eſt donné ſur le papier, on le diviſera en deux parties égales, en décrivant à volonté de ſa pointe B, l'arc de Cercle DE, & en décrivant auſſi à volonté, mais avec une même ouverture du Compas, des deux points E, D, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent icy au point F, par lequel & par la pointe B, de l'angle donné ABC, vous tirerez la droite BF, qui diviſera cet angle en deux également, parce qu'elle diviſera l'arc ED qui le meſure, en deux parties égales au point I, c'eſt à dire que les deux arcs ID, IE, qui meſurent les deux angles ABF, CBF, ſeront égaux entr'eux.



Mais ſi l'angle donné ABC eſt ſur la terre, l'on prendra à volonté ſur ſes deux lignes AB, BC, les deux points D, E, également éloignez de ſa pointe B, &

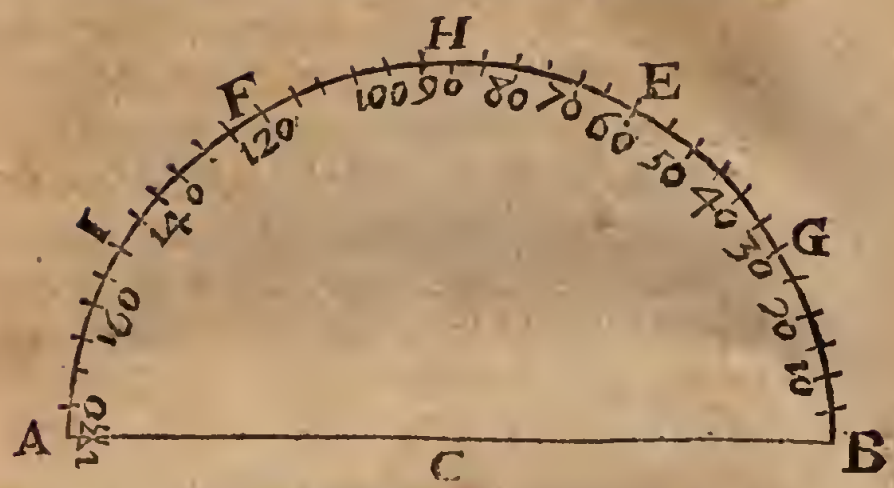
l'on y plantera deux piquets, pour y attacher deux cordeaux d'une longueur volontaire, mais égale : aprés quoy si l'on étend ces deux cordes égales ainsi attachées, en les joignant par leurs bouts, on aura le point F, par où l'on tirera au point B, la ligne BF, qui passera par le milieu de l'angle proposé ABC, c'est à dire que les deux angles ABF, CBF, seront égaux entr'eux.

PROBLEME III.

Diviser la circonference d'un Cercle en ses 360 degrez.

ON sçaura diviser la circonference entiere d'un Cercle en ses 360 degrez, quand on en sçaura diviser la moitié, qu'on appelle *Demi-cercle*, en 180 degrez, ce que l'on fera en cette sorte.

Ayant tiré la ligne AB d'un longueur volontaire, & l'ayant divisée en deux également au point C, décrivez de ce point C, comme centre, par les deux extrémitez A, B, de la ligne AB considerée comme un diametre, le demi-cercle AHB, que vous diviserez premierement en trois parties égales aux deux points E, F, en portant la même ouverture du Compas

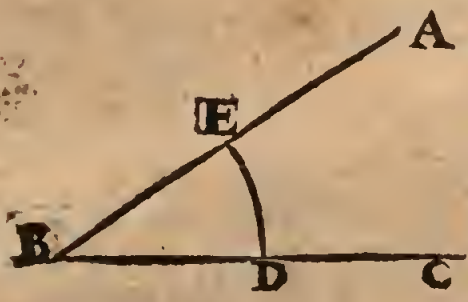


ſur la circonference AHB, depuis B en E, & depuis E, ou A en F. Il eſt évident que chacune de ces trois parties égales AF, EF, BF, vaudra 60 degrez, parce que la troiſiéme partie de 180 eſt 60 : c'eſt pourquoy ſi on les diviſe en deux également aux trois points G, H, I, le demi-cercle ſe trouvera diviſé en ſix parties égales, dont chacune par conſequent vaudra 30 degrez : & ſi l'on diviſe chacune de ces ſix parties égales en trois autres parties égales plus petites, on aura 18 parties égales, dont chacune qui vaudra 10 degrez, étant diviſée en deux également, on aura 36 parties égales, dont chacune enfin, qui vaudra 5 degrez, étant diviſée en cinq parties égales, le demi-cercle ſe trouvera diviſé en 180 degrez, auſquels on ajoûtera des nombres de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme vous voyez dans la Figure.

PROBLEME IV.

Mesurer un angle sur le papier, & sur la terre.

SI l'angle ABC est sur le papier, on en pourra connoître la quantité par le moyen d'un demi-cercle, divisé en 180 degr. tel qu'on le fait ordinairement de cuivre, qu'on appelle *Transporteur*, parce qu'on le doit transporter sur l'angle ABC, en sorte que son centre convienne avec la pointe B, & son diametre avec la ligne BC, & alors l'autre ligne AB fera connoître sur le demi-cercle le nombre des degrez, ou la quantité de l'angle proposé ABC.



Cet angle se peut aussi connoître bien facilement par le moyen du Compas de proportion, en cette sorte.

Ayant décrit de la pointe B de l'angle proposé ABC, l'arc de Cercle DE, avec une ouverture volontaire du Compas, portez cette ouverture sur la ligne des cordes, en le tenant tellement ouvert, que

que cette ouverture du Compas s'ajuſte du point marqué 60 d'une ligne des cordes à l'autre point marqué 60 de l'autre ligne des cordes : & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même ligne des cordes de part & d'autre l'ouverture de l'arc DE, pour voir à quel nombre égal cette ouverture répondra, & ce nombre fera connoître la quantité de l'angle propoſé ABC.

Lorſque l'angle propoſé ABC ſera ſur la terre, il faudra ſe ſervir d'un autre Inſtrument, ou d'un autre demi-cercle plus grand qui a deux pinnules aux extrémitez de ſon diametre, & deux autres pinnules aux deux extrémitez de ſon *Alidade*, qui eſt une Regle mobile autour de ſon centre. Cet Inſtrument eſt ordinairement appellé *Graphometre*, ou ſimplement *Demi-cercle*, dont l'uſage eſt tel, pour la meſure de l'angle ABC, quand il eſt ſur la terre.

Ayant placé le Graphometre poſé ſur ſon pied, en ſorte que ſon centre réponde perpendiculairement ſur la pointe B de l'angle qu'on veut meſurer ABC, ce que l'on fera aiſément avec un plomb pendant librement de ce centre, & que ſon diametre réponde ſur la ligne BC, ce qui ſe fera en tournant l'Inſtrument

autour de ſon genoüil, juſqu'à ce que par les trous ou fentes des deux pinnules du diametre, l'on apperçoive un piquet élevé à plomb ſur l'extrémité C de la même ligne BC; tournez l'Alidade autour du centre, l'Inſtrument demeurant ainſi arrêté, juſqu'à ce que par les trous de ſes deux pinnules vous voyez un piquet planté auſſi à plomb vers l'extrémité A de l'autre ligne AB: & alors la ligne de foy conviendra pareillement avec cette autre ligne AB, & elle fera connoître ſur la circonference du demi-cercle le nombre des degrez de l'angle propoſé ABC, en les comptant depuis la partie du diametre, qui répond ſur la ligne BC.

Cet angle ABC ſe peut connoître ſans Inſtrument par le moyen de la Table ſuivante, que je n'ay pas eu la peine de ſupputer, parce que je l'ay trouvée toute calculée dans la Fortification du Comte de Pagan. Voicy la maniere de s'en ſervir pour la meſure de l'angle propoſé ABC.

Prenez ſur les deux lignes AB, BC, de l'angle donné ABC, les deux parties BD, BE, chacune preciſément de 30 pieds, & meſurez la diſtance des deux points E, D, qui ſoit par exemple de 25 pieds, 10 pouces. Cherchez dans la co-

lonne des Baſes, ces 25 pieds, 10 pouces, & vous trouverez vis-à-vis à la droite 51 degrez pour la quantité de l'angle propoſé ABC.

On peut ſe ſervir de cette methode, pour meſurer un angle ſur le papier, quand on n'auta point de Tranſporteur, ni de Compas de proportion : ſçavoir en faiſant les deux lignes BD, BE, chacune de 30 parties égales priſes ſur une Echelle, qui repreſenteront des pieds, & en meſurant ſur la même Echelle la diſtance des deux points E, D, pour ſçavoir de combien de pieds eſt cette diſtance, qu'on cherchera, comme auparavant, dans la colonne des Baſes, pour trouver vis-à-vis le nombre des degrez & des minutes de l'angle ABC, qu'on cherche.

Table des Angles plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	0	19
4	0	38
6	0	57
8	1	8
10	1	36
1	1	55
	2	14
4	2	33
6	2	52
8	3	11
10	3	30
2	3	49
2	4	8
4	4	28
6	4	47
8	5	6
10	5	25
3	5	44
2	6	3
4	6	22
6	6	41

BASES.	Angles. D	M
8	7	0
10	7	20
4	7	39
2	7	58
4	8	17
6	8	36
8	8	55
10	9	14
5	9	34
2	9	53
4	10	12
6	10	31
8	10	50
10	11	9
6	11	29
2	11	48
4	12	8
6	12	27
8	12	46
10	13	5
7	13	24

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	13	43
4	14	2
6	14	22
8	14	41
10	15	0
8	15	20
2	15	39
4	15	58
6	16	18
8	16	37
10	16	56
9	17	15
2	17	34
4	17	54
6	18	13
8	18	32
10	18	52
10	19	11
2	19	30
4	19	50
6	20	19

BASES.	Angles. D	M
8	20	29
10	20	48
11	21	8
2	21	27
4	21	46
6	22	6
8	22	25
10	22	45
12	23	5
2	23	24
4	23	44
6	24	3
8	24	32
10	24	42
13	25	1
2	25	21
4	25	41
6	26	1
8	26	20
10	26	40
14	26	59

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	27	18
4	27	38
6	27	58
8	28	18
10	28	38
15	28	57
2	29	17
4	29	37
6	29	56
8	30	16
10	30	36
16	30	56
2	31	16
4	31	36
6	31	56
8	32	16
10	32	35
17	32	55
2	33	15
4	33	35
6	33	55

BASES.	Angles. D	M
8	34	15
10	34	35
18	34	55
2	35	15
4	35	35
6	35	55
8	36	15
10	36	35
19	36	55
2	37	15
4	37	36
6	37	56
8	38	16
10	38	36
20	38	56
2	39	17
4	39	38
6	39	58
8	40	18
10	40	38
21	40	59

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	41	19
4	41	40
6	42	0
8	42	20
10	42	40
22	43	1
2	43	22
4	43	42
6	44	3
8	44	24
10	44	44
23	45	5
2	45	26
4	45	46
6	46	7
8	46	28
10	46	48
24	47	9
2	47	30
4	47	51
6	48	12
8	48	33
10	48	54
25	49	15
2	49	36
4	49	57
6	50	18
8	50	39
10	51	0
26	51	21
2	51	42
4	52	3
6	52	24
8	52	46
10	53	8
27	53	29
2	53	51
4	54	12
6	54	34
8	54	55
10	55	16
28	55	38

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES	Angles. D	M
2	56	0
4	56	22
6	56	43
8	57	5
10	57	26
29	57	48
2	58	10
4	58	32
6	58	54
8	59	16
10	59	38
30	60	0
2	60	22
4	60	44
6	61	6
8	61	28
10	61	50
31	62	13
2	62	35
4	62	58
6	63	20
8	63	43
10	64	5
32	64	28
2	64	50
4	65	13
6	65	36
8	65	58
10	66	21
33	66	44
2	67	7
4	67	30
6	67	53
8	68	16
10	68	39
34	69	2
2	69	25
4	69	48
6	70	12
8	70	35
10	70	59
35	71	22

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	71	46
4	72	10
6	72	33
8	72	56
10	73	20
36	73	44
2	74	8
4	74	32
6	74	56
8	75	20
10	75	44
37	76	9
2	76	33
4	76	57
6	77	22
8	77	46
10	78	9
38	78	35
2	79	0
4	79	25
6	79	50

BASES.	Angles. D	M
8	80	15
10	80	40
39	81	5
2	81	30
4	81	35
6	82	20
8	82	46
10	83	12
40	83	37
2	84	3
4	84	29
6	84	54
8	85	20
10	85	46
41	86	13
2	86	39
4	87	5
6	87	32
8	87	58
10	88	25
42	88	51

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	89	18
4	89	45
6	90	12
8	90	39
10	91	6
43	91	33
2	92	1
4	92	29
6	92	56
8	93	24
10	93	52
44	94	20
2	94	48
4	95	16
6	95	45
8	96	13
10	96	42
45	97	11
2	97	40
4	98	9
6	98	38

BASES.	Angles. D	M
8	99	8
10	99	37
46	100	6
2	100	36
4	101	6
6	101	36
8	102	7
10	102	37
47	103	8
2	103	39
4	104	10
6	104	41
8	105	12
10	105	44
48	106	16
2	106	48
4	107	20
6	107	52
8	108	25
10	108	57
49	109	30

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

BASES.	Angles. D	M
2	110	4
4	110	37
6	111	11
8	111	44
10	112	18
50	112	53
2	113	28
4	114	3
6	114	38
8	115	14
10	115	49
51	116	26
2	117	2
4	117	39
6	118	16
8	118	53
10	119	31
52	120	9
2	120	47
4	121	26
6	122	6

BASES.	Angles. D	M
8	122	45
10	123	25
53	124	6
2	124	47
4	125	28
6	126	10
8	126	52
10	127	35
54	128	19
2	129	3
4	129	48
6	130	33
8	131	19
10	132	6
55	132	53
2	133	44
4	134	30
6	135	20
8	136	11
10	137	3
56	137	57

Table des Angles Plans, toujours compris par deux côtez de 30 pieds.

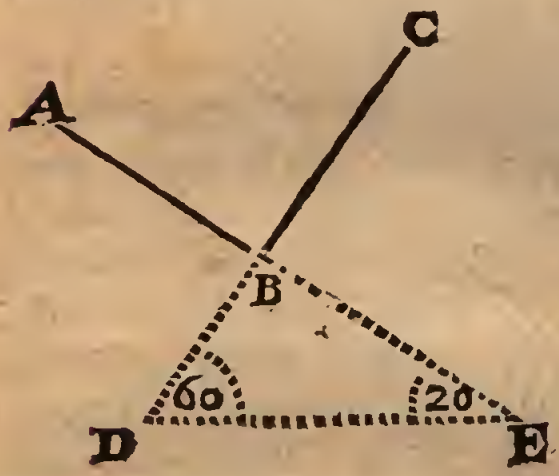
BASES.	Angles. D	M
2	138	49
4	139	44
6	140	40
8	141	38
10	142	36
57	143	36
2	144	39
4	145	43
6	146	48
8	147	57
10	149	8
58	150	20

BASES.	Angles. D	M
2	151	36
4	152	55
6	154	19
8	155	48
10	157	22
59	159	3
2	160	53
4	162	54
4	165	12
8	167	48
10	171	28
60	180	0

PROBLEME V.

Mesurer un angle inaccessible sur la terre.

SI l'angle ABC étoit accessible, en sorte qu'on pût aller à sa pointe B, l'on



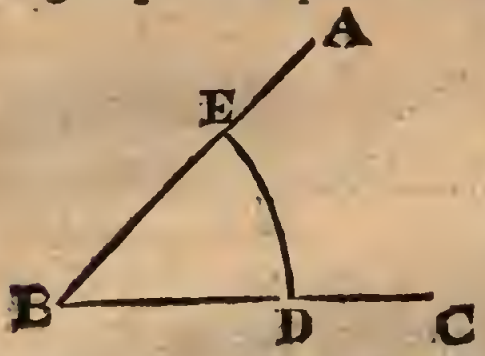
en pourroit connoître la quantité, comme il a été enseigné au Probleme precedent. Mais comme l'on ne peut pas aller en B, il faudra choisir sur la terre deux points commodes, comme D, E, dont le premier D soit en ligne droite avec la ligne BC, & le second C en ligne droite avec l'autre ligne AB, ce que l'on peut aisément connoître par la simple vûë. Aprés quoy l'on mesurera avec un Graphometre, ou autrement, la quantité des deux angles visuels E, D, dont le premier E sera supposé de 20 degrez, & le deuxiéme D de 60 degrez: & l'on ajoûtera ensemble ces deux angles ainsi

trouvez, pour avoir leur ſomme de 80 degrez, leſquels étant ôtez toujours de 180 degrez, le reſte donnera 100 degrez pour la quantité de l'angle propoſé ABC.

PROBLEME VI.

Faire à un point donné ſur une ligne donnée un angle d'autant de degrez qu'on voudra.

POur faire au point donné B ſur la ligne BC donnée ſur le papier, un angle qui ſoit par exemple, de 40 degrez, appliquez le centre du tranſporteur ſur le point donné B, en ſorte que ſon diametre convienne avec la ligne donnée BC, & marquez un point, comme A, proche du point marqué 40 ſur la circonference du tranſporteur, en comptant les degrez depuis la ligne BC, pour tirer par ce point A, & par le point donné B, la droite AB, qui fera en B, l'angle ABC de 40 degrez, comme il étoit propoſé.



Ou bien, ſi vous voulez vous ſervir du Compas de proportion, décrivez à

volonté du point donné B, l'arc de Cercle DE, & portez la même ouverture du Compas sur ligne des cordes du Compas de proportion, de 60 à 60, comme il a été fait au *Probleme IV.* & parce que l'on veut un angle de 40 degrez, on prendra sur la même ligne des cordes du Compas de proportion ainsi ouvert, la distance de 40 à 40, & on la portera sur l'arc DE; depuis D en E, aprés quoy l'on tirera du point donné B, par le point E, la ligne indefinie AB, pour avoir l'angle ABC de 40 degrez.

Si la ligne BC est donnée sur la terre, l'on se servira du Graphometre, pour faire au point donné B, un angle de 40 degrez, en tournant l'alidade autour du centre de l'Instrument, jusqu'à ce que la ligne de foy réponde sur le 40 degré, en comptant les degrez depuis le diametre, & en achevant le reste en cette sorte.

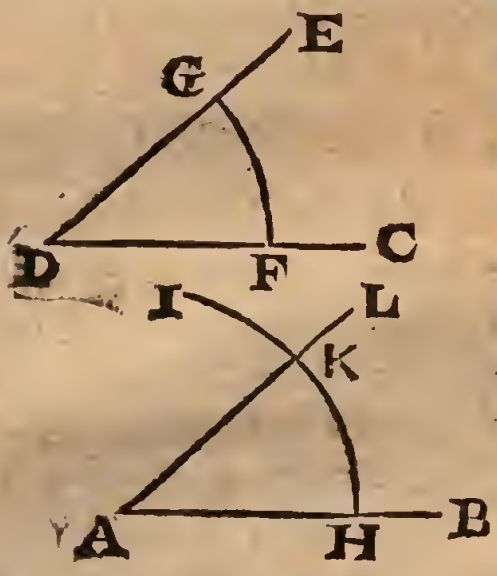
Ayant placé le centre du Graphometre perpendiculairement sur le point donné B, en sorte que la partie du diametre, d'où l'on a commencé à compter les degrez, convienne avec la ligne donnée BC, comme il a été dit au Probleme precedent; faites planter un piquet sur la terre en un point tellement éloigné de la ligne donnée BC, comme en A;

que ce piquet ſe puiſſe voir en regardant par les deux pinulles de l'alidade : & alors ſi l'on imagine une ligne droite tirée de ce piquet au point donné B, comme AB, l'angle ABC ſera de 40 degrez.

PROBLEME VII.

Faire en un point donné d'une ligne donnée, un angle égal à un angle donné.

POur faire au point A de la ligne donnée AB, un angle égal à l'angle donné CDE, décrivez des deux points A, D, avec une ouverture volontaire du Compas, mais égale, en ſuppoſant qu'il faille travailler ſur le papier, les deux arcs de Cercle FG, HI, & prenez ſur l'arc HI, qui eſt indeterminé, l'arc HK égal à l'arc FG, qui eſt determiné, pour tirer du point A, par le point K, la ligne indefinie AL, qui fera en A l'angle BAL, égal à l'angle donné CDE.



Mais

Mais s'il faut travailler sur la terre, l'on mesurera *par Probleme IV.* l'angle donné CDE, & *par Probleme VI.* l'on fera au point A de la ligne donnée AB, l'angle BAL d'autant de degrez qu'en aura l'angle donné CDE, & le Probleme sera resolu.

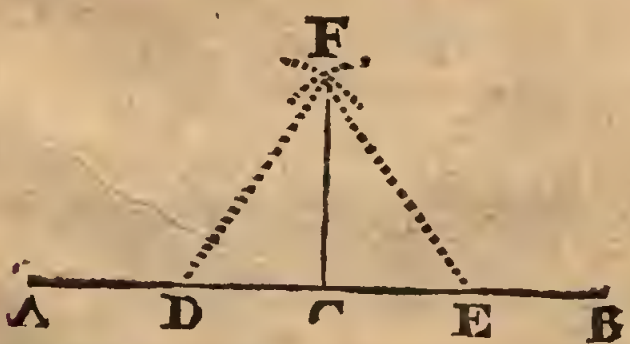
PROBLEME VIII.

Tirer à une ligne donnée une perpendiculaire par un point donné.

IL peut arriver trois cas à l'égard du point donné, parce qu'il peut être sur la ligne donnée, ou bien à l'une de ses deux extrémitez, ou bien encore au dehors de la ligne donnée. Nous allons resoudre tous ces trois cas par ordre.

Premier cas.

S'il est proposé de tirer une perpendiulaire à la ligne donnée AB, par le point



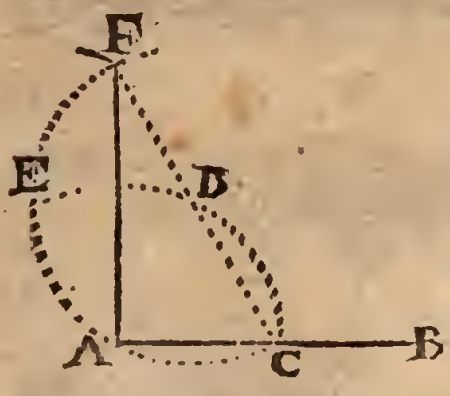
C, qui est donné sur cette ligne, prenez

ſur la même ligne les deux diſtances égales CD, CE, d'une grandeur volontaire, & décrivez avec une même ouverture du Compas un peu plus grande que CD, ou que CE, des deux points E, D, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent icy au point F, par lequel & par le point donné C, vous tirerez la droite CF, qui ſera perpendiculaire à la ligne propoſée AB.

Cette pratique ſuppoſe que la ligne donnée AB eſt ſur le papier, mais quand elle ſera ſur la terre, au lieu de décrire deux arcs de Cercle des deux points E, D, il y faut attacher deux cordeaux d'une longeur égale, afin qu'étant également tendus, en joignant enſemble leurs bouts, on ait le point F de la perpendiculaire qu'on demande.

Second cas.

Pour tirer une perpendiculaire par l'extrémité A de la ligne donnée AB, que je ſuppoſe ſur le papier, décrivez de ce point A, avec une ouverture volontaire du Compas, l'arc de Cercle CDE, ſur lequel vous porterez



deux fois cette même ouverture du Compas, une fois depuis C en D, & une seconde fois depuis D en E pour décrire des deux points E, D, avec une même ouverture du Compas deux arcs de Cercle qui se coupent icy au point F, par lequel & par l'extrémité donnée A, vous tirerez la perpendiculaire AF qu'on cherche.

Ou bien décrivez du point D pris à volonté au dehors de la ligne donnée AB, par l'extrémité donnée A, la circonference de Cercle CEF, qui coupe icy la même ligne donnée AB, au point C, par lequel & par le centre D, vous menerez la droite CDF, qui donnera sur la circonference CEF, le point F de la perpendiculaire AF, qu'on cherche.

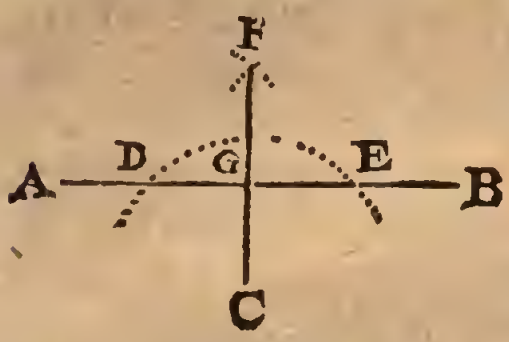
Si la ligne AB est donnée sur la terre, faites à son extrémité donnée A, un angle de 90 degrez, par la droite AF, qui sera perpendiculaire à la ligne AB. Ou bien si vous n'avez point de Graphometre, pour faire cet angle droit, servez-vous de deux cordeaux, en cette sorte.

Attachez à l'extrémité donnée A, un cordeau long de 4 toises, & aprés avoir pris sur la ligne donnée AB, la partie AC de 3 toises, attachez au point C, un autre cordeau long de 5 toises. Enfin joi-

gnez enſemble ces deux cordeaux par leurs bouts, & vous aurez en F un point de la perpendiculaire AF.

Troiſiéme cas.

Pour tirer une perpendiculaire par le point donné C, hors de la ligne donnée AB, décrivez à volonté du point donné C, comme centre, un arc de Cercle, qui coupe la ligne donnée AB en deux points, comme D, E, d'où vous décrirez avec une même ouverture du Compas deux arcs de Cercle, qui ſe coupent icy au point F, qui ſera celuy par lequel & par le point donné C, l'on doit tirer la perpendiculaire CF.



Cette pratique ſuppoſe que la ligne donnée AB eſt ſur le papier, & quand elle ſera ſur la terre, on étendra un cordeau attaché au point donné C, en ſorte que ſur une même longueur il coupe la ligne donnée AB en deux points, comme D, E, dont la diſtance DE ſera diviſée en deux également au point G, pour avoir en ce point de milieu G, le

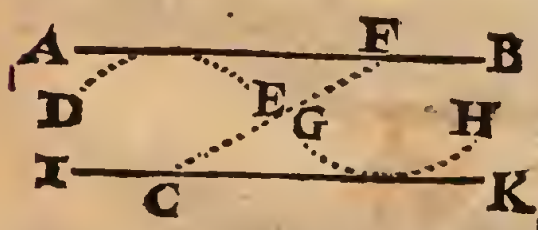
point, par lequel on doit tirer du point donné C, la perpendiculaire CG.

Ce point G se peut trouver en tatonnant, sçavoir par le moyen du Graphometre, que l'on promenera le long de la ligne proposée AB, jusqu'à ce que par les fentes des pinnules de l'Alidade, qui doit être mise sur le 90 degré, on apperçoive le point donné C, lorsque le diametre répondra sur la ligne AB : car alors le point auquel le centre du Graphometre répondra perpendiculairement sur la ligne AB, donnera sur cette ligne le point G de la perpendiculaire CG.

PROBLEME IX.

Tirer à une ligne donnée une paralelle par un point donné.

PRemierement, si la ligne AB est donnée sur le papier, & qu'on luy veuille tirer une paralelle par le point donné C;



décrivez de ce point C, l'arc DE, qui touche la ligne AB, & décrivez avec la même ouverture du Compas un autre arc de Cercle GH du point F.

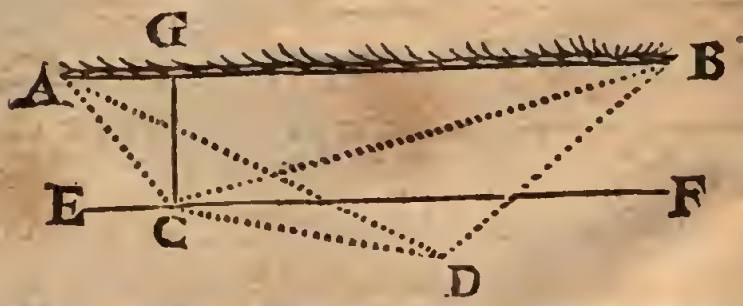
pris à discretion sur la ligne AB. Enfin tirez du point donné C, la droite IK, qui touche ce second arc GH, & cette touchante IK sera paralelle à la ligne proposée AB.

Secondement, si la ligne AB est donnée sur la terre, prenez-y un point commode, comme F, par lequel & par le point donné C, vous imaginetez la droite CF. Aprés cela mesurez avec un Graphometre, ou autrement, la quantité de l'angle AFC, & faites au point donné C, avec le même Graphometre l'angle FCK égal au precedent AFC, par la droite CK, qui sera la paralelle qu'on cherche.

PROBLEME X.

Tirer par un point donné sur la terre, une ligne paralelle à une ligne inaccessible.

POur tirer par le point donné C dans la Campagne, une ligne paralelle à



la ligne donnée AB, que je suppose inac-

ceſſible, meſurez avec un Graphometre, ou autrement, l'angle viſuel ACB, & cherchez ſur la terre un autre point un peu éloigné du precedent, comme D, en ſorte que l'angle viſuel ADB ſoit égal au premier ACB, afin que les quatre points A, C, D, B, ſoient dans la circonference d'un même Cercle. Meſurez encore l'angle viſuel ADC, & faites au point donné C, avec la ligne CD, l'angle DCF égal au precedent ADC, par la ligne EF, qui ſera paralelle à la propoſée AB.

PROBLEME XI.

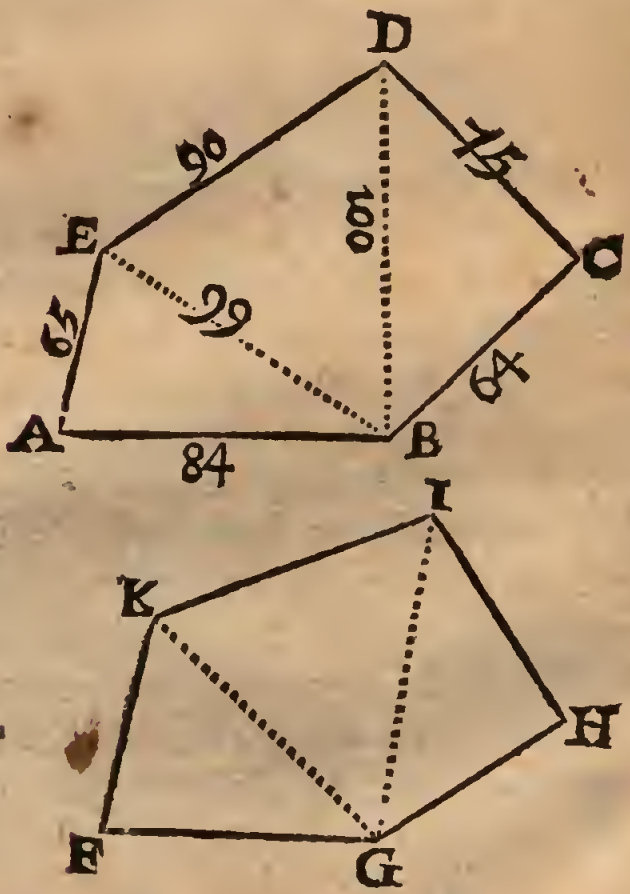
Tirer par un point donné ſur la terre, une ligne perpendiculaire à une ligne inacceſſible.

SI le point donné eſt C, dans la Figure du Probleme precedent, & que la ligne donnée inacceſſible ſoit AB, on luy tirera une perpendiculaire par ce point C, en luy tirant par le même point C, de la Figure precedente, la paralelle EF, & à cette paralelle EF, la perpendiculaire CG, qui ſera auſſi perpendiculaire à la ligne donnée AB.

PROBLEME XII.

Lever une piece de terre.

ON appelle *lever une piece de terre*, ou *lever un Plan*, décrire sur le papier un Plan semblable à celuy qui est sur la terre, en sorte qu'il ait les mêmes Angles, & la même proportion des côtez.



Pour lever le le Plan ABCDE, dont les

les côtez & les diagonales qui le divisent en triangles, sont supposez d'autant de toises que vous les voyez icy marquez ; tirez à part la ligne FG de 84 parties égales prises sur une Echelle, pour les 84 toises du côté AB, & décrivez du point F, un arc de Cercle à l'ouverture de 65 parties prises sur la même Echelle, pour les 65 toises du côté AE, & du point G un autre arc de Cercle à l'intervale de 99 parties pour les 99 toises de la Diagonale BE. Ces deux arcs se coupent icy au point K, par lequel & par les deux points F, G, vous tirerez les droites FK, GK, pour avoir le triangle FGK équiangle au triangle ABE.

Pareillement décrivez du point K un arc de Cercle à l'intervale de 90 parties, pour les 90 toises du côté DE, & du point G, un autre arc de Cercle à l'ouverture de 100 parties, pour les 100 toises de la diagonale BD : & tirez des deux points G, K, au point I, où ces deux arcs s'entrecoupent, les droites IG, IK, pour avoir le triangle KGI semblable & équiangle au triangle EBD.

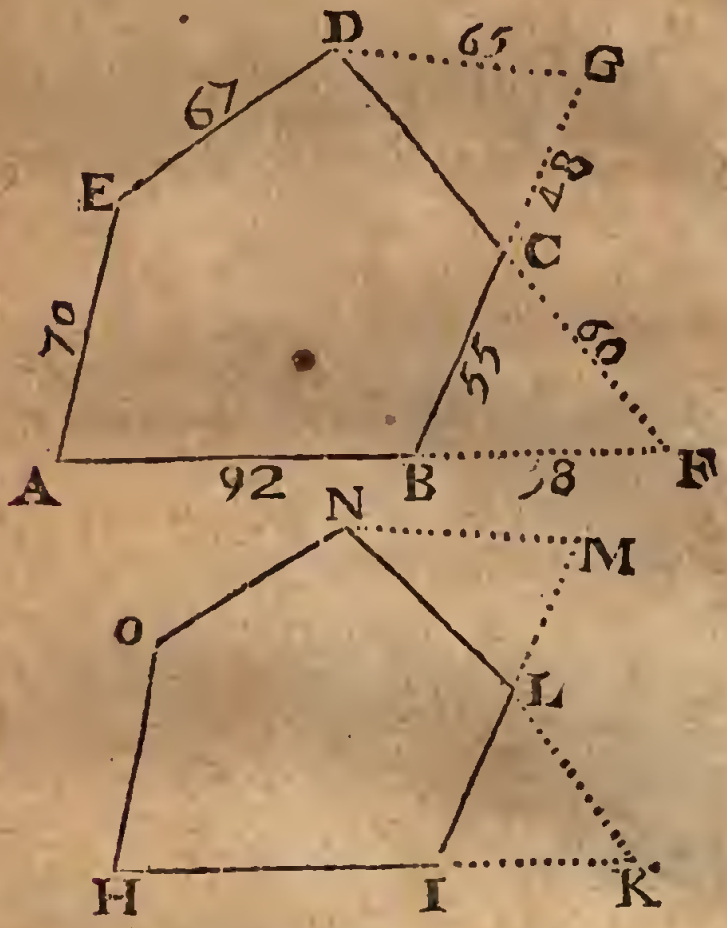
Enfin décrivez du point I, un arc de Cercle à l'ouverture de 75 parties, pour les 75 toises du côté CD, & du point G un autre arc de Cercle à l'ouverture de

64 parties, pour les 64 toiſes du côté BC : & tirez des deux points I, G, par le point H, où ces deux arcs s'entrecoupent, les droites HI, HG, pour avoir le triangle GHI équiangle au triangle BCD. Tellement que le petit Plan FGHIK ſera ſemblable & équiangle au grand ABCDE, lequel en cette façon ſe trouve racourci & reduit en petit volume ſur le papier.

Cette maniere ſuppoſe qu'on peut aller au travers du Plan propoſé en ligne droite, pour en pouvoir connoître les diagonales, & le reduire en cette façon en triangles; mais s'il y a quelque empêchement, comme ſi ce Plan eſt fermé de murailles, ou bien que ce ſoit un bois, ou un marais: alors au lieu de le reduire en triangles par le dedans, on imaginera des triangles par le dehors, en prolongeant tous les côtez de ce Plan, moins trois, comme vous allez voir.

Pour donc racourcir & lever le Plan ABCDE, dont les côtez ſont ſuppoſez d'autant de toiſes que vous les voyez marquez dans la Figure; prolongez un côté, comme AB vers F, par exemple de 58 toiſes, plus ou moins, ſelon la commodité du terrain, & meſurez la ligne CF, qui acheve le triangle BCF. Prolon-

gez de même le côté ſuivant BC vers G, par exemple de 48 toiſes, & meſurez la



ligne DG, qui acheve le triangle CDG & qui nous ſervira pour donner la poſition au côté CD, comme le premier BCF contribuë à la poſition du côté BC: & parce qu'ainſi il ne reſte plus que les deux côtez AE, DE, il ne ſera pas neceſſaire de les prolonger, puiſqu'on leur peut donner la poſition qu'ils doivent avoir en cette ſorte.

de 70 parties, pour les 70 toises du côté AE, & tirez des deux points H, N, au point O, qui est la rencontre de ces deux arcs, les deux lignes HO, NO, & vous aurez le petit Plan HILNO semblable au proposé ABCDE.

CHAPITRE III.

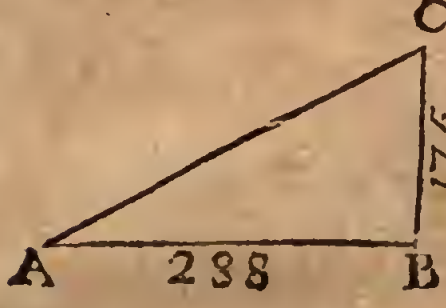
Du calcul des Triangles rectangles.

JE commence par les Triangles rectangles, parce qu'ils sont plus faciles, & qu'ils servent à la resolution des autres, c'est à dire des obliquangles qui sont plus difficiles. Nous nous servirons par tout d'un même triangle rectangle, dont les trois angles & les trois côtez seront connus, où neanmoins nous ne supposerons que trois de ces six choses connuës, pour trouver par leur moyen les trois autres, comme si nous ne les sçavions pas, pour servir de preuve & faire voir la bonté de nos Regles, ce que j'ay cru devoir faire ainsi, puisque mon intention est de donner seulement la pratique sans aucune demonstration.

PROBLEME I.

Connoiſſant les deux côtez, trouver l'hypotenuſe.

SI le côté AB du triangle ABC rectangle en B, eſt par exemple de 288 toiſes, & l'autre côté BC de 175 ; on trouvera l'hypotenuſe AC, en cette ſorte.



Multipliez le côté connu AB par luy-même, pour avoir ſon quarré 82944. Multipliez auſſi l'autre côté connu BC par luy-même, pour avoir ſon quarré 30625. Ajoûtez enſemble ces deux quarrez 82944, 30625, pour avoir leur ſomme 113569, dont la racine quarrée donnera 337 toiſes pour la quantité de l'hypotenuſe AC qu'on cherche.

Ou bien ajoûtez enſemble les deux côtez connus AB, BC, pour avoir leur ſomme 463, que vous multiplierez par elle même, pour avoir ſon quarré 214369. Multipliez enſemble les deux mêmes côtez AB, BC, pour avoir leur produit

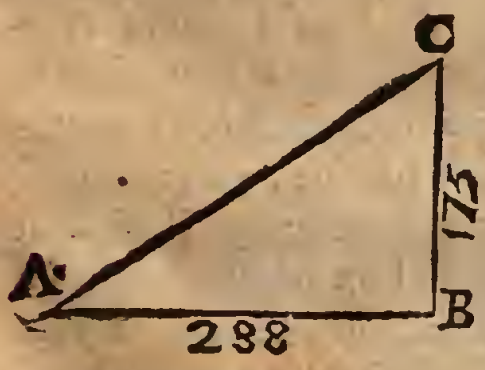
50400, dont le double 100800 étant ôté du precedent quarré 214369, il reſtera 113569, dont la racine quarrée donnera 337 toiſes pour l'hypotenuſe AC, comme auparavant.

Bien que je ne pretende donner aucune démonſtration de tous ces Problemes, je dirai neanmoins en paſſant que la premiere methode precedente a été tirée de la 47. Propoſition du premier Livre des Elemens d'Euclide : & que la deuxiéme methode dépend de la 4. Propoſition du ſecond Livre, &c.

PROBLEME II.

Connoiſſant les deux côtez, trouver les deux angles aigus.

SI le côté AB du triangle ABC rectangle en B, eſt par exemple de 288 toiſes, & l'autre côté BC de 175, l'on trouvera chacun des deux angles aigus A, C, & premierement le plus petit angle A, en cette ſorte.



Ayant cherché par le Probleme precedent, la quantité de l'hypotenuſe AC, qui ſe trouvera de 337 toiſes, multipliez le plus petit côté BC toujours par ce nombre 172, & diviſez le produit 30100, qui repreſente autant de degrez, par la ſomme 962 de l'autre côté AB, & du double 674 de l'hypotenuſe BC, & le quotient donnera 31 degrez & 17 minutes pour la quantité du plus petit angle A, dont le complement donnera 58 degrez & 43 minutes pour la valeur de l'autre angle B, qu'on cherche.

REMARQUE.

Comme les angles aigus A, C, ſe trouvent par le moyen de l'hypotenuſe AC, on ne les trouvera pas ſi exactement, ſi cette hypotenuſe ne ſe rencontre pas exacte, ce qui arrive ordinairement, parce que l'hypotenuſe ſe trouve rarement rationnelle, c'eſt à dire qu'il arrive rarement que le nombre, dont il faut tirer la racine quarrée, pour connoître l'hypotenuſe, ſoit un quarré parfait, y ayant preſque toujours quelque reſte, qu'il ne faut pas negliger : car ſi l'on neglige ce reſte de la racine quarrée, on trouvera le plus petit angle A plus grand qu'il ne doit être,

& l'autre angle C par conſequent trop petit. Ainſi pour approcher de la juſteſſe autant qu'il ſera poſſible, c'eſt à dire pour connoître ces deux angles A, C, plus exactement, il faut avoir égard à ce reſte, en le reduiſant en fraction decimale, en ſorte que l'hypotenuſe AC ſoit exprimée par un nombre entier avec une fraction decimale, dont le dénominateur ne ſoit pas moindre que 1000, & tant plus grand il ſera, d'autant plus prés on approchera de la veritable grandeur de l'hypotenuſe, & d'autant plus exactement on trouvera la quantité des deux angles aigus A, C, parce que l'erreur, que l'on ne peut pas éviter dans la valeur de l'hypotenuſe AC, que l'on ſuppoſe irrationnelle, ſera moins conſiderable.

Mais ſans connoître l'hypotenuſe AC, l'on pourra connoître les deux angles A, C, par exemple l'angle A, en ſe ſervant des Tables de ſinus, ſçavoir en faiſant cette analogie.

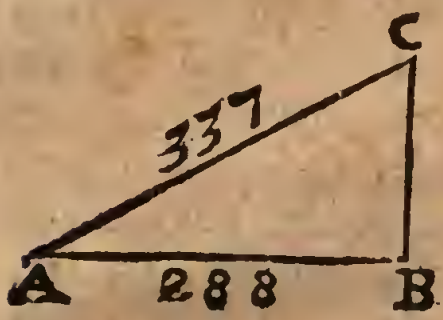
Comme le côté adjacent AB,	288
Au côté oppoſé AC,	175
Ainſi le ſinus total,	100000
A un quatriéme nombre,	60764

Lequel étant cherché dans la colonne des tangentes, on trouvera qu'il luy répond 31 deg. & environ 17 min. pour la quantité de l'angle A, comme auparavant.

PROBLEME III.

Connoissant l'hypotenuse, & un côté, trouver l'autre côté.

SI l'hypotenuse AC du triangle ABC rectangle en B, est par exemple de 337 toises, & le côté AB de 288, on trouvera l'autre côté BC en cette sorte.



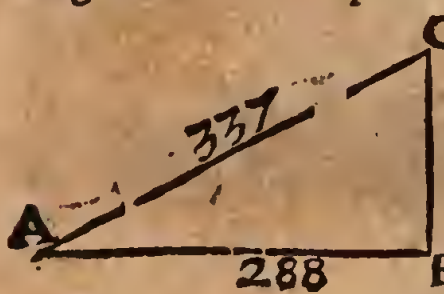
Multipliez l'hypotenuse AC par elle-même, pour avoir son quarré 113569. Multipliez aussi le côté connu AB par luy-même, pour avoir son quarré 82944, que vous ôterez du precedent quarré 113569, & la racine quarrée du reste 30625, donnera 175 toises pour la quantité du côté BC qu'on cherche.

Ou bien ajoûtez à l'hypotenuse AC, le côté connu AB, pour avoir leur somme 625, & ôtez le même côté AB de l'hypotenuse AC, pour avoir leur difference 49, par laquelle vous multiplierez la somme precedente 625, & la racine quarrée du produit 30625, donnera 175 toises pour le côté BC, comme auparavant.

PROBLEME IV.

Connoissant l'hypotenuse, & un côté, trouver les deux angles aigus.

SI le côté AB du triangle ABC rectangle en B, est par exemple de 288 toises, & l'hypotenuse AC de 337, on trouvera les deux angles aigus A, C, en cherchant premierement par le Probleme precedent, l'autre côté BC, qui se trouvera de 175 toises, & en suite par le second Probleme, les deux angles A, C, dont le plus petit A se trouvera de 31 degrez & 17 minutes, & l'autre angle C, de 58 degrez, & 43 minutes.



REMARQUE.

Comme les deux angles aigus A, C, se trouvent par le moyen du côté BC, qui ne sera pas toujours rationnel, il faut dans le cas auquel il se trouvera irrationnel, avoir égard à ce qui restera de la racine quarrée, quand on cherchera ce côté, en determinant sa valeur en fractions decimales, comme il a été dit à l'égard de l'hypotenuse au Probleme deuxiéme.

car ainſi ce côté étant connu plus exactement ſera auſſi connoître plus exactement les deux angles aigus A, C, qu'on demande, ſur tout ſi ce côté eſt exprimé par un entier avec ſa fraction, dont le dénominateur ſoit tres-grand, comme 10000, ou plus grand que 10000, &c.

Mais ſans qu'il ſoit beſoin de connoître le côté BC, l'on pourra trouver les deux angles aigus A, C, par exemple l'angle A, par le moyen des Tables de ſinus, en faiſant cette analogie,

Comme le côté connu AB,	288
A l'hypotenuſe AC,	337
Ainſi le ſinus total,	100000
A un quatriéme nombre,	117014

lequel étant cherché dans la colonne des ſecantes, on trouvera qu'il luy répond 31 degrez & environ 17 minutes, pour l'angle A, dont le complement, ou l'angle C, ſe peut auſſi connoître par cette analogie.

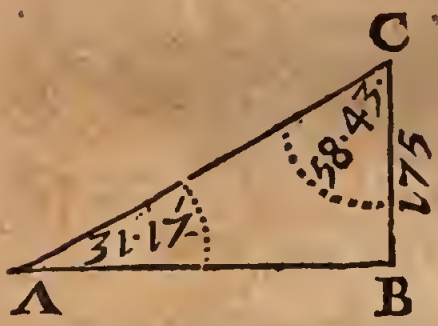
Comme l'hypotenuſe AC,	337
Au côté connu AB,	288
Ainſi le ſinus total,	100000
A un quatriéme nombre,	85460

lequel étant cherché dans la colonne de ſinus, on trouvera qu'il luy répond 58 degrez & environ 43 minutes, pour l'angle C, qu'on cherche.

PROBLEME V.

Connoissant les angles, & le plus petit des deux costez, trouver l'autre costé.

SI l'angle aigu A, du triangle ABC rectangle en B, est par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & par consequent l'autre angle aigu C de 58 degrez & 43 minutes, & que le plus petit côté BC soit de 175 toises ; on trouvera l'autre côté AB, en cette sorte.



Ayant ôté ce nombre 10320 de la racine quarrée 19589 de l'excez 383732052 de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 42277548 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A ; multipliez le reste 9269 par le côté connu BC, sçavoir par 175, & divisez le produit 1622075 par le triple 5631 du même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A : & le quotient donnera 288 toises pour le côté AB qu'on cherche.

Ou bien si vous avez des Tables de sinus, faites cette analogie.

Comme le ſinus du plus petit angle A, 51927
Au plus petit coſté connu BC, 175
Ainſi le ſinus de l'autre angle C, 85461
Au coſté AB qu'on cherche, 288

qui ſe trouvera de 288 toiſes, comme auparavant.

Ou bien ſuivez cette autre analogie.

Comme le ſinus total, 100000
A la tangente du plus grand angle C, 164579
Ainſi le plus petit coſté connu BC, 175
A l'autre coſté AB qu'on cherche, 288

que l'on trouvera de 288 toiſes, comme auparavant.

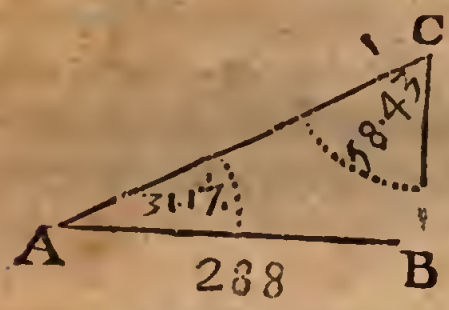
PROBLEME VI.

Connoiſſant les angles, & le plus grand des deux coſtez, trouver l'autre coſté.

SI l'angle aigu A, eſt par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & l'autre angle aigu C par conſequent de 58 degrez & 43 minutes, & que le plus grand côté AB ſoit de 288 toiſes ; on trouvera l'autre côté BC, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 10320 la racine quarrée 19589 de l'excez 383732052

de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 42277548 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A; multipliez la somme



29909 par le même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, & multipliez encore le produit 56139193 par le côté connu AB, sçavoir par 288, pour avoir ce second produit 16168087584, lequel étant divisé par l'excez 92409884 de ce troisiéme nombre 106502400, sur le quaduple 14092516 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du même plus petit angle A, le quotient donnera 175 toises pour le côté BC qu'on cherche.

Ou bien si vous avez des Tables de sinus, faites cette analogie,

Comme le sinus du plus grand angle C, 85461
Au plus grand côté connu AB, 288
Ainsi le sinus de l'autre angle A, 51927
Au côté BC qu'on cherche, 175

qui se trouvera de 175 toises, comme auparavant.

Ou bien suivez cette autre analogie,

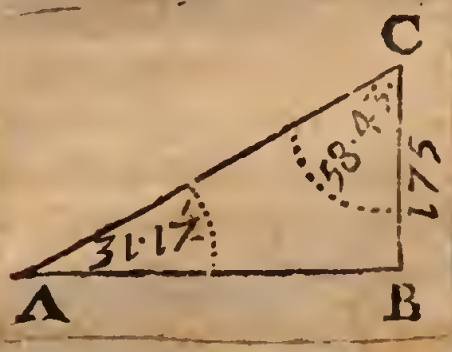
Comme le ſinus total, 100000
A la tangente du plus petit angle A, 60761
Ainſi le plus grand côté connu AB, 288
A l'autre côté BC qu'on cherche, 175

que l'on trouvera de 175 toiſes, comme auparavant.

PROBLEME VII.

Connoiſſant les angles, & le plus petit des deux coſtez, trouver l'hypotenuſe.

SI l'angle aigu A eſt par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & l'autre angle aigu C, par conſequent de 58 degrez, & 43 minutes, & que le plus petit côté BC ſoit de 175 toiſes, on cherchera par le cinquiéme Probleme, l'autre côté AB, qui ſe trouvera de 288 toiſes, par le moyen du quel & du côté connu BC, on pourra connoître par le Probleme premier, l'hypotenuſe AC, qui ſe trouvera de 337 toiſes. Ou bien ſans avoir recours aux Problemes precedens, on travaillera en cette ſorte.



Ayant

Ayant ôté de ce nombre 20640, la racine quarrée 9794 de l'excez de ce second nombre 106502400 sur le triple 10569387 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A ; multipliez le reste par le côté connu BC, sçavoir par 175, & diviſez le produit 1898050 par le triple 5631 du même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, & vous aurez, comme auparavant, 337 toiſes, pour l'hypotenuſe AC qu'on demande.

Ou bien ſi vous avez des Tables de ſinus, faites cette analogie

Comme le ſinus du plus petit angle A, 51927
Au plus petit coſté connu BC, 175
Ainſi le ſinus total, 100000
A l'hypotenuſe AC qu'on cherche, 337

qui ſe trouvera de 337 toiſes, comme auparavant.

Ou bien ſuivez cette autre analogie

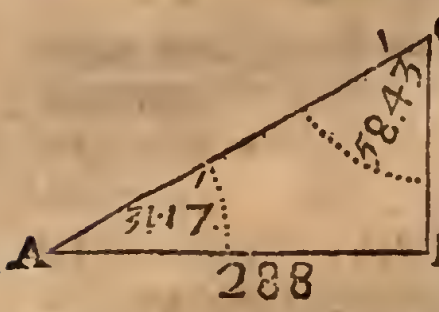
Comme le ſinus total, 100000
A la ſecante du plus grand angle C, 192578
Ainſi le plus petit coſté connu BC, 175
A l'hypotenuſe AC qu'on demande, 337

que l'on trouvera de 337 toiſes, comme auparavant.

PROBLEME VIII.

Connoissant les angles, & le plus grand des deux costez, trouver l'hypotenuse.

SI l'angle A du triangle ABC rectangle en B, est par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & l'autre angle C, par consequent de 58 degrez & 43 minutes, & que le plus grand côté AB soit de 288 toises : l'hypotenuse AC, se pourra connoître en cherchant premierement par le Probleme sixiéme, l'autre côté BC, qui se trouvera de 175 toises, par le moyen duquel & du côté donné AB, l'on pourra trouver par le premier Probleme l'hypotenuse AC, qui se trouvera de 337 toises. Ou bien sans recourir à ces Problemes, faites ainsi.



Ayant multiplié la racine quarrée 9794 de l'excez 95933013 de ce premier nombre 106502400, sur le triple 10569387 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, par ce second nombre 10320 ; & ayant ajoûté au

produit 101074080 le double 7046258 du même quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A ; multipliez la ſomme 108120338 par le côté connu AB, ſçavoir par 288, & diviſez le produit 31138657344 par l'excez 92409884 du même premier nombre 105502400 ſur le quadruple 14092516 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, & le quotient donnera 337 toiſes, comme auparavant, pour la quantité de l'hypotenuſe AC qu'on cherche.

Ou bien ſi vous avez des Tables de ſinus, faites cette analogie,

Comme le ſinus du plus grand angle C, 85461
Au plus grand coſté connu BC, 288
Ainſi le ſinus total, 100000
A l'hypotenuſe AC qu'on cherche, 337

qui ſe trouvera de 337 toiſes, comme auparavant.

Ou bien ſuivez cette autre analogie,

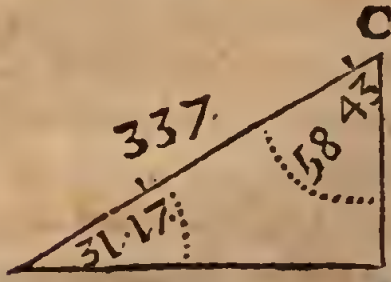
Comme le ſinus total, 100000
A la ſecante du plus petit angle A, 117012
Ainſi le plus grand coſté connu AB, 288
A l'hypotenuſe AC qu'on demande, 337

que l'on trouvera de 337 toiſes, comme auparavant.

PROBLEME IX.

Connoissant les angles & l'hypotenuse, trouver le plus petit des deux costez.

SI l'angle A du triangle ABC rectangle en B, est par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & l'angle C, par consequent de 58 degrez & 43 minutes, & que l'hypotenuse AC soit de 337 toises ; on pourra connoître le plus petit côté BC, en cette sorte.



Ayant ajoûté à ce nombre 20640 la racine quarrée 9794 de l'excez 95933013 de ce second nombre 105502400 sur le triple 10569387 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A ; multipliez la somme 30434 par le même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, & multipliez encore le produit 57124618 par l'hypotenuse connuë AC, sçavoir par 337, pour avoir ce second produit 19250996266, lequel étant divisé par la somme 110025529 du second nombre 105502400 & du quaré 3523129

du même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, le quotient donnera 175 toises pour le plus petit côté BC qu'on cherche.

Ou bien si vous avez des Tables de sinus, faites cette analogie.

Comme le sinus total,	100000
Au sinus du plus petit angle A,	51927
Ainsi l'hypotenuse AC,	337
Au côté BC qu'on cherche.	175

qui se trouvera de 175 toises, comme auparavant.

Ou bien suivez cette autre analogie.

Comme la secante du plus grand angle C	192578
Au sinus total,	100000
Ainsi l'hypotenuse AC,	337
Au côté BC qu'on demande,	175

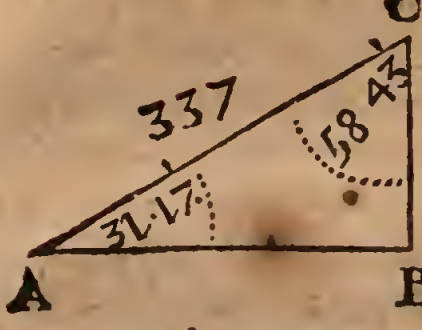
que l'on trouvera de 175 toises, comme auparavant.

PROBLEME X.

Connoissant les angles, & l'hypotenuse, trouver le plus grand des deux côtez.

SI l'angle A, du triangle ABC, rectangle en B, est par exemple de 31 degrez & 17 minutes, & l'angle C, par consequent de 58 degrez & 43 minutes,

& que l'hypotenuſe AC ſoit de 337 toiſes, on pourra connoître le plus grand côté AB en cette ſorte.



Ayant multiplié la racine quarrée 9794 de l'excez 95933013 de ce premier nombre 106502400 ſur le triple 10569387 du quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, par ce ſecond nombre 10320; & ayant ôté du produit 101074080 le double 7046258 du même quarré 3523129 du nombre 1877 des minutes du plus petit angle A; multipliez le reſte 94027822 par l'hypotenuſe connuë AC, ſçavoir par 337, & diviſez le produit 31687376014 par la ſomme 110025529 du premier nombre 106502400, & du quarré 3523129 du même nombre 1877 des minutes du plus petit angle A, & le quotient donnera 288 toiſes pour le côté AB qu'on demande.

Ou bien ſi vous avez des Tables de ſinus, faites cette analogie,

Comme le ſinus total,	100000
Au ſinus du plus grand angle C,	85461
Ainſi l'hypotenuſe AC,	337
Au côté AB qu'on cherche,	288

qui ſe trouvera de 288 toiſes, comme auparavant.

Ou bien ſuivez cette autre analogie,

Comme la ſecante du plus petit angle A,	117012
Au ſinus total,	100000
Ainſi l'hypotenuſe AC,	337
Au coſté AB qu'on demande,	288

que l'on trouvera de 288 toiſes, comme auparavant.

CHAPITRE IV.

Du calcul des triangles obliquangles.

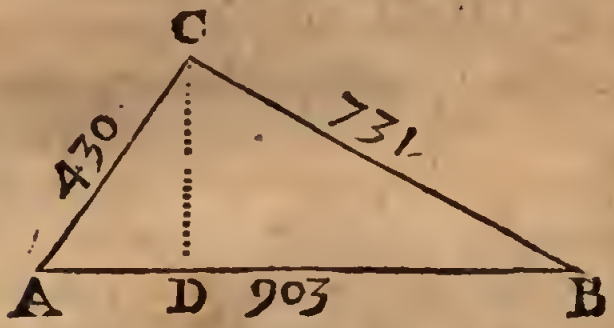
NOus reſoudrons icy un triangle obliquangle, en le reduiſant en deux triangles rectangles par le moyen d'une perpendiculaire que nous tirerons de l'un des trois angles ſur ſon côté oppoſé, que nous avons appellé *Baſe* ; & pour avoir un calcul plus aiſé, nous ferons tomber cette perpendiculaire au dedans du triangle, en prenant pour Baſe le côté qui ſera entre deux angles aigus, ce qui ſera toujours poſſible, parce qu'un triangle rectiligne a toujours au moins deux angles aigus : & pour avoir une preuve de nos Regles, nous travaillerons auſſi ſur

un même triangle, dont les trois angles, & les trois côtez seront connus.

PROBLEME I.

Connoissant les deux costez & la base, trouver les segmens de cette base, faits par la perpendiculaire.

SI la base AB du triangle ABC, est par exemple de 903 toises, le côté AC de 430, & l'autre côté BC de 731,



l'on pourra connoître les deux segmens AD, BD, que fait la hauteur ou perpendiculaire CD, en cette sorte.

FAjoûtez ensemble les deux côtez AC, BC, pour avoir leur somme 1161, & ôtez le plus petit AC du plus grand BC, pour avoir leur difference 301. Multipliez la somme 1161 par la difference 301, & divisez le produit 349461 par la base AB, sçavoir par 903, & le quotient 387 sera l'excez

cez du plus grand segment BD sur le plus petit AD. C'est pourquoy si l'on ajoûte cet excez ou difference 387 à la base AB, c'est à dire à 903, la moitié de la somme 1290, donnera 645 toises pour le plus grand segment BD, lequel étant ôté de la base AB, ou de 903, il restera 258 toises pour l'autre segment AD.

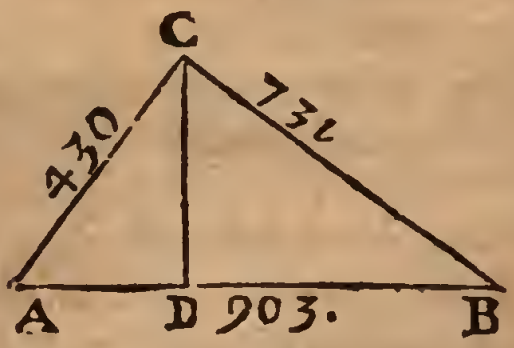
Ou bien pour trouver le plus grand segment BD, ôtez de la somme 1349770 du quarré 815409 de la base AB, & du quarré 534361 du plus grand côté BC, le quarré 184900 de l'autre côté BC, & divisez le reste 1164870 par le double 1806 de la base AB, & le quotient donnera 645 toises pour le segment BD qu'on demande, comme auparavant.

PROBLEME II.

Connoissant la base, & les deux costez, trouver la perpendiculaire.

SI la base AB du triangle ABC, est par exemple de 903 toises, le côté AC de 430, & l'autre côté BC de 731, l'on pourra trouver la perpendiculaire CD dans celuy qu'on voudra des deux triangles rectangles ADC, BDC, en cette sorte.

Ayant trouvé par le Probleme precedent, le petit ſegment AD de 258 toiſes, ôtez ſon quarré 66564 du quarré 184900 du plus petit côté AC, ou bien



ayant trouvé le plus grand ſegment BD de 645 toiſes, ôtez ſon quarré 416025 du quarré 534361 du plus grand côté BC, car il reſtera toujours un même nombre, ſçavoir 118336, dont la racine quarrée donnera 344 toiſes pour la perpendiculaire CD qu'on cherche.

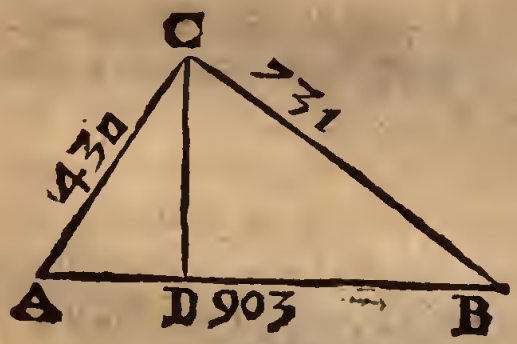
Ou bien ſans avoir recours au Probleme precedent, ôtez ſeparément de la moitié 1032 du contour 2064 du triangle ABC, la baſe AB, & chacun des deux côtez AC, BC, l'un aprés l'autre, pour avoir ces trois reſtes 129, 602, 301. Multipliez enſemble ces trois reſtes 129, 602, 301, & la moitié precedente 1032, pour avoir ce produit Plan-Plan 24123c5986, dont la racine quarrée 155316 ſera l'aire du triangle ABC, dont le double 310632

étant divisé par la base AB, sçavoir par 903, l'on aura, comme auparavant, 344 toises pour la hauteur CD, qu'on demande.

PROBLEME III.

Connoissant les trois costez, trouver les trois angles.

SI le côté AB du triangle ABC est par exemple de 903 toises, le côté AC de 430, & le troisiéme côté BC de 731, on trouvera les angles, & premierement les deux angles aigus A, B, en tirant du troisiéme angle C, la droite CD perpendi-



culaire à son côté oppose AB, laquelle tombera au dedans du Triangle ABC, & le divisera en deux triangles rectangles ADC, BDC, où l'on pourra connoître les deux angles aigus A, B, en cette sorte.

Pour trouver en premier lieu le plus

petit angle ABC du triangle rectangle ADC, cherchez par le premier Probleme, la quantité du ſegment AD, qui ſe trouvera de 258 toiſes : & par le Probleme precedent la valeur de la perpendiculaire CD, qui ſe trouvera de 344 toiſes ; & faites ainſi.

Multipliez le plus petit côté AD du triangle rectangle ADC, qui a été trouvé de 258 toiſes, toujours par 172, & diviſez le produit 44376 par la ſomme 1204 de l'autre côté CD, qui a été trouvé de 344 toiſes, & du double 860 de l'hypotenuſe AC, qui a été ſuppoſée de 430 toiſes, & le quotient donnera 36 degrez & environ 52 minutes pour le plus petit angle ACD, dont le complement donnera 53 degrez & 8 minutes, pour l'angle aigu A.

De même pour trouver l'autre angle aigu B, qui eſt le plus petit dans le triangle rectangle BDC, multipliez le plus petit côté CD, qui a été trouvé de 344 toiſes, toujours par 172, & diviſez le produit 59168 par la ſomme 2107 de l'autre côté BD, qui a été trouvé de 645 toiſes, & du double 1342 de l'hypotenuſe BC, qui a été ſuppoſée de 671 toiſes : & le quotient donnera 28 degrez & 4 minutes pour l'autre angle aigu B, dont le

complement donnera 61 degrez & 56 minutes pour l'angle BCD, auquel si l'on ajoûte les 36 degrez & 52 minutes de l'angle ACD, l'on aura 98 degrez & 48 minutes pour le troisiéme angle ACB, que l'on aura aussi en ôtant de 180 degrez la somme des deux angles aigus A, B.

Si vous avez des Tables de sinus, ajoûtez ensemble les trois côtez du triangle ABC, sçavoir 430, 731, 903, pour avoir leur somme 2064, dont la moitié est 1032. Otez separément de cette moitié 1032, les deux côtez qui comprennent l'angle qu'on cherche : comme si l'on cherche l'angle ACB, on ôtera les deux côtez AC, BC, ou 430, 731, pour avoir ces deux differences, 602, 301, par le moyen desquelles & des deux mêmes côtez AC, BC, l'on fera ces deux analogies,

Comme le premier costé AC,	430
A la premiere difference,	602
Ainsi l'autre difference,	301
A un quatriéme nombre,	421
Comme l'autre costé BC,	731
Au quatriéme nombre trouvé,	421
Ainsi le sinus total,	100000
A un autre quatriéme nombre,	57592

lequel étant multiplié par le sinus total 100000, la racine quarrée 75955 du pro-

duit 5759200000 ſera le ſinus de la moitié de l'angle qu'on demande. Si donc on cherche cette racine quarrée 75955 dans la colonne des ſinus, on trouvera qu'il luy répond 49 degrez & environ 25 minutes, dont le double donnera par conſequent 98 degrez & 50 minutes pour l'angle propoſé ACB, qui ne ſe trouve pas tout à fait le même qu'auparavant, y ayant plus de deux minutes de difference, à cauſe des fractions qui ont été negligées dans les deux quatriémes nombres. Mais pour avoir cet angle autant exactement qu'il ſera poſſible, il ſera bon, & même plus facile de ſe ſervir des logarithmes.

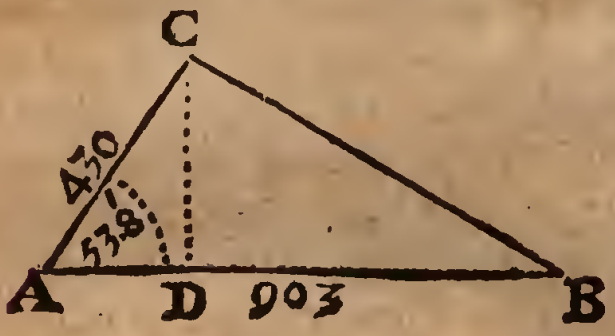
PROBLEME IV.

Connoiſſant deux coſtez, & l'angle qu'ils comprennent, trouver les deux autres angles, & le troiſiéme coſté.

SI le côté AB du triangle ABC, eſt par exemple de 903 toiſes, & le côté AC de 430, & que l'angle compris A ſoit de 55 degrez 8 minutes, on trouvera les deux autres angles B, C, & le troiſiéme côté BC, en cette ſorte.

Tirez par l'extrémité C, du plus petit côté connu AC, la droite CD perpendiculaire à l'autre côté connu AB, afin

que cette perpendiculaire CD tombe au dedans du triangle ABC, parce que l'angle compris A eſt aigu, lequel ayant été ſuppoſé de 53 degrez & 8 minutes, ſon complement ACD ſera de 36 degrez & 52



minutes, ou de 168 minutes, par le moyen duquel & de l'hypotenuſe connuë AC du triangle rectangle ADC, l'on pourra connoître par le neuviéme Plobleme du Chapitre precedent, le plus petit côté, ou ſegment AD, qui ſe trouvera de 258 toiſes, & qui étant icy ôté de la baſe AB, qui a été ſuppoſée de 903 toiſes, on aura le l'autre ſegment BD de 645 toiſes: & par le Probleme X. du même Chapitre precedent, on pourra auſſi connoître l'autre côté, ou la perpendiculaire CD, qui ſe trouvera de 344 toiſes. Ainſi dans le triangle rectangle BDC, connoiſſant les deux côtez BD, CD, l'on pourra connoître par le Probleme premier du Cha-

pitre precedent, le troiſiéme côté BC, qui ſe trouvera de 731 toiſes : & par le deuxiéme Probleme du même Chapitre precedent, l'angle B, qui ſe trouvera de 28 degrez & 4 minutes, dont le complement donnera 61 degrez & 36 minutes pour l'angle BCD, lequel étant ajoûté à l'angle ACD, qui eſt de 36 degrez & 52 minutes, on aura 98 degrez & 48 minutes pour tout l'angle ACB, que l'on connoîtra auſſi en ôtant de 180 degrez la ſomme 81 degrez & 12 minutes des deux angles A, B.

Si vous avez des Tables de ſinus, il vous ſera facile de connoître les deux angles B, C, ſans qu'il ſoit beſoin de tirer aucune perpendiculaire, & par leur moyen trouver le troiſiéme coſté BC en cette ſorte.

Otez de 180 degrez l'angle connu A, ou 53 degrez & 8 minutes, & prenez la moitié du reſte 126 degrez & 52 minutes, qui donnera 63 degrez & 26 minutes pour la moitié de la ſomme des deux angles B, C, qu'on cherche. Aprés cela ajoûtez enſemble les deux coſtez connus AB, AC, pour avoir leur ſomme 1333, & oſtez le plus petit AC du plus grand AB, pour avoir leur difference 473, & faire cette analogie.

Comme la ſomme des deux coſtez connus AB, AC, 1333

A la difference des deux mêmes côtez AB, AC, 473

Ainſi la tangente de la moitié de la ſomme des deux angles inconnus B, C, 199986

A un quatriéme nombre, 70962

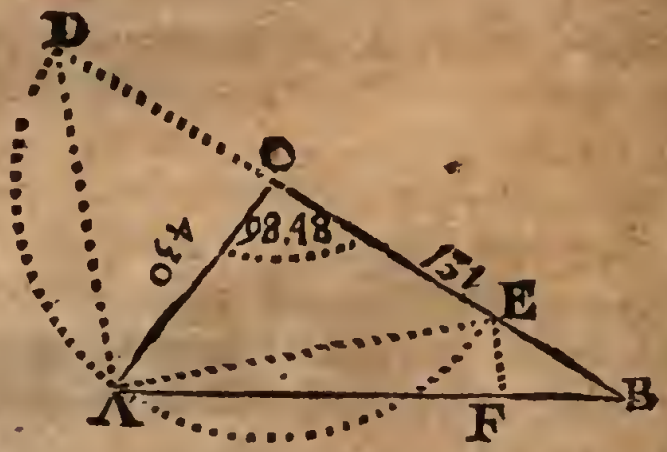
lequel étant cherché dans la colonne des tangentes, on trouvera qu'il luy répond 35 degrez & environ 22 minutes, pour la moitié de la difference des deux angles B, C, qu'on demande : & comme la moitié de leur ſomme eſt 63 degrez & 26 minutes, ſi l'on ajoûte enſemble ces deux moitiez, on aura 98 degrez & 49 min. pour le plus grand angle ACB, & ſi on ôte la plus petite de la plus grande, le reſte donnera 28 degrez & 4 minutes pour le plus petit angle B, comme auparavant. Aprés quoy l'on pourra connoître le troiſiéme côté BC par les preceptes du Probleme ſuivant.

REMARQUE.

Il eſt évident que lorſque l'angle connu A ſera obtus, la perpendiculaire CD tombera au dehors du triangle ABC, & alors au lieu d'ôter le ſegment AD de-

la base AB, il le faut ajoûter, pour avoir l'autre segment BD, & achever le reste, comme il a été dit, sans qu'il soit besoin d'en parler davantage. Ainsi au lieu de repeter cette methode, nous en donnerons icy une autre qui est plus generale, parce qu'elle convient indifferemment à l'angle compris obtus, ou aigu, comme vous allez voir.

Supposons donc que l'on connoisse le côté AC du triangle ABC, par exemple de 430 toises, & le côté BC de 731, avec l'angle compris ACB de 98 degrez & 48



minutes : & qu'il faille connoître les deux autres angles A, B, & le troisiéme côté AB.

Pour cette fin, prolongez le plus grand côté connu BC vers D, en sorte que la partie CD soit égale à l'autre côté AC, & décrivez du point C, comme centre,

par les deux points A, D, le demi-cercle DAE, qui retranchera du plus grand côté connu BC, la partie CE égale au plus petit AC, & joignez les droites AD, AE, qui feront en A, l'angle droit EAD. Tirez encore par le point E, à la ligne AE, la perpendiculaire EF, qui sera paralelle à la ligne AD, & qui retranchera par conſequent du grand triangle ABD, le petit triangle équiangle FBE, ce qui rend proportionnelles les quatre lignes BD, BE, AD, EF.

Cette preparation étant faite, l'on conſiderera que puiſque l'angle ACB eſt de 98 degrez & 48 minutes, en oſtant cet angle de 180 degrez, on aura 81 degrez & 12 minutes, pour la ſomme des deux angles A, B, qu'on cherche, & auſſi pour la ſomme des deux angles AEC, CAE, leſquels étant égaux, à cauſe des deux coſtez égaux AC, CE, chacun de ces deux angles ſera la moitié de 81 degrez & 12 minutes, c'eſt à dire qu'il ſera de 40 degrez & 36 minutes, dont le complement donnera 49 degrez & 24 minutes pour l'angle D, à cauſe du triangle DAE rectangle en A, dont l'hypotenuſe DE eſt connuë, ſçavoir de 860 toiſes, comme étant le double du coſté AC, qui a été ſuppoſé de 430 toiſes. Ainſi con-

noissant les angles du triangle rectangle DAE, & l'hypotenuse DE, l'on pourra connoître par les deux derniers Problemes du Chapitre precedent, le costé AD, qui se trouvera d'environ 560 toises, & le costé AE, que l'on trouvera de 653 toises.

Si à la ligne EC, qui a été supposée de 731 toises, on ajoûte la ligne AC, ou CD, c'est à dire 430 toises, on aura 1161 toises pour toute la ligne BD, & si de la même ligne BC on oste les mêmes 430 toises de la ligne CD, ou CE, il restera 301 toises pour la ligne BE, par laquelle si l'on multiplie la ligne AD, qui a été trouvée de 560 toises, & qu'on divise le produit 169360 par la ligne BD, ou par 1161, l'on aura 145 toises pour la ligne EF, parce que cette ligne EF est quatriéme proportionnelle aux trois BD, BE, AD.

Parce que le triangle AEF, est rectangle en E, si l'on ajoûte le quarré 21025 du costé EF, qui a été trouvé de 145 toises, au quarré 426409 de l'autre costé AE, que nous avons trouvé de 653 toises, & qu'on prenne la racine quarrée de la somme 447434, l'on aura 668 toises pour l'hypotenuse AF : & si l'on multiplie le plus petit costé EF du même triangle AEF toujours par 172, & qu'on divise le produit

24940 par la somme 1989 de l'autre costé AE, qui est de 653 toises, & du double 1336 de l'hypotenuse AF, qui vient d'être trouvée de 668 toises, on aura 12 degrez & 32 minutes pour l'angle FAE, lequel étant ajoûté & osté de l'angle CAE, ou CEA, qui a été trouvé de 40 degrez & 36 minutes, on aura 53 degrez & 8 minutes pour le plus grand angle A des deux que l'on cherche, & 28 degrez & 4 minutes pour l'autre & plus petit angle B.

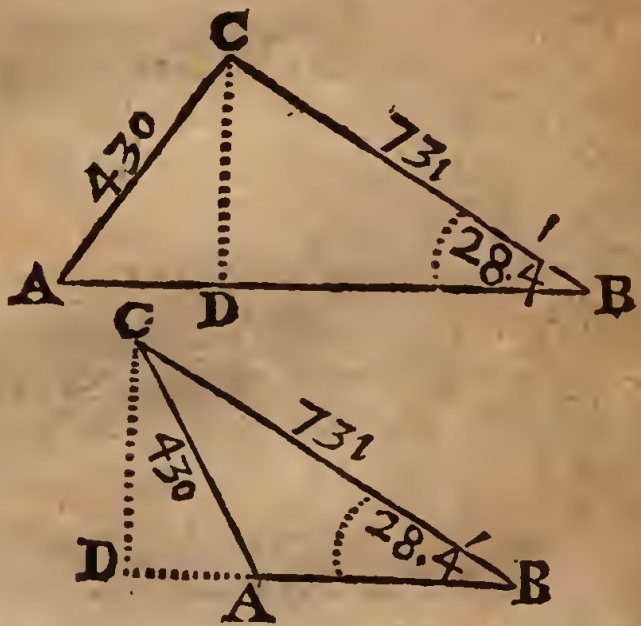
Il ne reste plus qu'à trouver le troisiéme costé AB, dont on connoît déja la partie AF, qui a été trouvée de 668 toises, ou plus rigoureusement de 668 toises & $\frac{2}{10}$. Pour cette fin, il faut seulement trouver l'autre partie BF, ce qui est facile, parce que cette ligne BF est quatriéme proportionnelle aux trois ED, EB, AF, qui sont connuës, la premiere DE étant de 860 toises, sçavoir le double du costé AC, qui a été supposé de 430 toises: la deuxiéme BE ayant été trouvée de 301 toises, & la troisiéme AF de 668 toises & $\frac{2}{10}$. C'est pourquoy on doit multiplier ces 668 toises & $\frac{2}{10}$ de la ligne AF, par les 301 toises de la ligne BE, & diviser le produit 201339 par les 860 toises de la premiere ligne DE, & l'on aura 234 toises & $\frac{2}{10}$ pour la partie BF, à laquelle si l'on

ajoûte l'autre partie AF, ou 668 & $\frac{9}{10}$, l'on aura 903 toiſes pour toute la ligne, ou pour le troiſiéme coſté AB qu'on cherche.

PROBLEME V.

Connoiſſant deux coſtez, & un angle oppoſé à l'un des deux, trouver les deux autres angles, & le troiſiéme coſté.

SI le coſté AC du triangle ABC eſt par exemple de 430 toiſes, & le coſté BC de 731, & que l'angle B oppoſé au coſté



connu AC, ſoit de 28 degrez & 4 minutes; on pourra en premier lieu connoître l'angle A oppoſé à l'autre coſté con-

nu BC, en tirant de l'angle C, sur son costé oppose & inconnu AB, la perpendiculaire CD, qui peut tomber au dehors du triangle, le même angle B demeurant aigu, comme vous voyez dans ces deux Figures, qui montrent que l'angle A peut être aigu & obtus. Nous allons enseigner à le trouver quand il sera aigu, & quand on sçaura qu'il est obtus, en cette sorte.

Parce que l'angle B du triangle rectangle BDC est supposé de 28 degrez & 4 minutes, son complement donnera 61 degrez & 56 minutes pour l'autre angle aigu BCD. Ainsi connoissant les angles de ce triangle rectangle BDC, & l'hypotenuse BC, l'on pourra connoître par les deux derniers Problemes du Chapitre precedent, la perpendiculaire CD, qui se trouvera de 344 toises, & le segment BD, que l'on trouvera de 645 toises, ce qui nous servira pour trouver le troisiéme costé AB, en cette sorte.

Si dans le triangle ADC rectangle en D, l'on oste du quarré 184900 de l'hypotenuse AC, qui a été supposée de 430 toises, le quarré 118336 du costé CD, qui a été trouvé de 344 toises, & qu'on prenne la racine quarrée du reste 66564, l'on aura 258 toises pour le costé AD, qui se trouvant icy le plus petit, doit être mul-

tiplié toujours par 172, & le produit 44376 doit être diviſé par la ſomme 1204 du coſté CD, qui a été trouvé de 344 toiſes, & du double 860 de l'hypotenuſe AC, qui a été ſuppoſée de 430 toiſes, & le quotient donnera 36 degrez & 52 minutes pour l'angle ACD, dont le complement donnera 53 degrez & 8 minutes pour l'angle aigu A, qu'on oſtera de 180 degrez, pour avoir l'angle obtus A, lequel étant ainſi connu, avec l'angle B, l'on connoîtra le troiſiéme angle C, en oſtant de 180 degrez la ſomme des deux angles connus A, B.

Enfin ſi l'on ajoûte au ſegment BC, qui a été trouvé de 645 toiſes, le ſegment AD, qui eſt de 258 toiſes, on aura 903 toiſes pour le coſté AB, lorſque l'angle A ſera aigu: & quand on ſçaura qu'il eſt obtus, on oſtera le ſegment AD du ſegment BD, c'eſt à dire icy 258 de 645, & le reſte donnera 387 toiſes pour le troiſiéme coſté AB, qu'on cherche.

Ou bien ſi vous avez des Tables de ſinus, faites cette analogie,

Comme le coſté connu AC, 430
Au ſinus de ſon angle oppoſé B, 47050
Ainſi l'autre coſté connu BC, 731
A un quatriéme nombre, 79985

qui

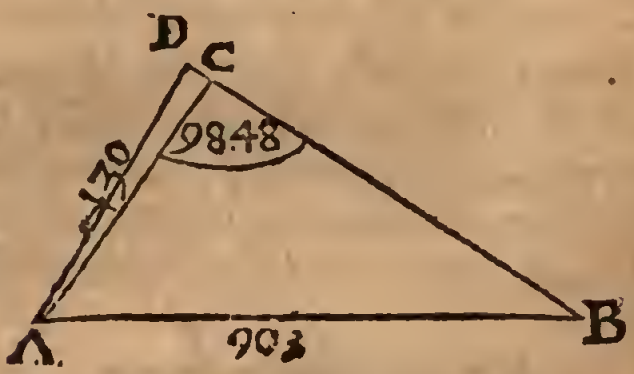
qui ſera le ſinus de l'angle A, qui eſt oppoſé à l'autre coſté connu BC. Si donc on cherche dans la colonne des ſinus ce quatriéme nombre 79985, on trouvera qu'il luy répond 53 degrez environ 7 minutes pour cet angle A : & ſi l'on oſte de 180 degrez la ſomme des deux angles connus A, B, on aura le troiſiéme angle C, par le moyen duquel & par l'analogie du Probleme ſuivant, on pourra connoître le troiſiéme coſté AB.

REMARQUE.

Ce que nous avons fait & dit, ſuppoſe que l'angle connu eſt aigu : & comme il peut être obtus, on travaillera dans ce cas un peu autrement qu'auparavant, en tirant neanmoins la perpendiculaire toujours de l'angle oppoſé au troiſiéme coſté inconnu, qu'il faut prolonger au delà de l'angle donné obtus, afin d'avoir le point où ſa perpendiculaire le rencontrera, comme vous allez voir.

Suppoſons que le coſté AB du triangle ABC, ſoit par exemple de 903 toiſes, & le coſté AC de 430, & que l'angle C oppoſé au coſté connu AB, ſoit de 98 degrez & 48 minutes ; on tirera, comme auparavant, de l'angle A, oppoſé au coſté

inconnu BC prolongé, la droite AD perpendiculaire à ce coſté BC, que la perpendiculaire AD rencontre icy au dehors du triangle ABC, parce que l'angle C eſt



obtus : & alors on pourra connoître les deux autres angles A, B, qui ſeront neceſſairement aigus, & le troiſiéme coſté BC, par un raiſonnement preſque ſemblable au precedent, comme vous allez voir.

Si de 180 degrez on oſte les 98 degrez & 48 minutes de l'angle connu ACB, il reſtera 81 degrez & 12 minutes pour l'angle aigu ACD, dont le complement donnera 8 degrez & 48 minutes pour l'autre angle aigu CAD du triangle ADC rectangle en D, dont l'hypotenuſe AC étant connuë, ayant été ſuppoſée de 430 toiſes, on pourra connoître par les deux derniers Problemes du Chapitre precedent, le ſegment CD, qui ſe trouvera de 66 toi-

ſes, & la perpendiculaire AD, que l'on trouvera de 425 toiſes.

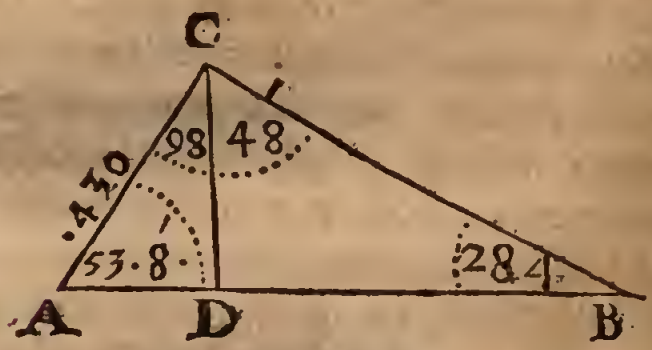
Si du quarré 815409 de l'hypotenuſe AB du triangle rectangle ADB, qui a été ſuppoſée de 903 toiſes, on oſte le quarré 180625 du coſté AD, qui a été trouvé de 425 toiſes, & qu'on prenne la racine quarrée du reſte 635384, l'on aura 797 toiſes pour l'autre coſté BD, duquel ôtant les 66 toiſes du ſegment CD, l'on aura 731 toiſes pour le coſté BC qu'on cherche.

Si dans le même triangle rectangle ADB, on multiplie le plus petit coſté AD, qui a été trouvée de 425 toiſes, toujours par 172, & qu'on diviſe le produit 73100 par la ſomme 2603 de l'autre coſté BD, qui a été trouvé de 797 toiſes, & du double 1806 de l'hypotenuſe AB, qui a été ſuppoſée de 903 toiſes, on aura 28 degrez & 4 minutes pour l'angle B, dont le complement donnera 61 degrez & 56 minutes pour l'angle BAD, duquel oſtant les 8 degrez & 48 minutes de l'angle CAD, on aura 53 degrez & 8 minutes pour l'angle BAC, &c.

PROBLEME VI.

Connoissant les angles & un costé, trouver les deux autres costez.

POur trouver les deux costez AB, BC, du triangle ABC, dont on connoît le costé AC, par exemple de 430 toises, l'angle A de 53 degrez & 8 minutes, l'angle B de 28 degrez & 4 minutes, & par



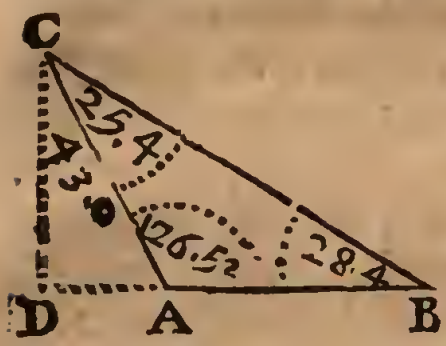
consequent le troisiéme angle C de 98 degrez & 48 minutes, comme étant le reste des deux precedens à 180 degrez; tirez à l'un des deux costez inconnus AB; BC, comme AB, de son angle oppose C, la perpendiculaire CD, qui tombe icy au dedans du triangle ABC, parce que chacun des deux angles à la base A, B, est aigu, & suivez le raisonnement suivant.

Parce que l'on a supposé l'angle A de

53 degrez & 8 minutes, ſon complement, ou l'angle ACD ſera de 36 degrez & 52 minutes, & par les deux derniers Problemes du Chapitre precedent, on pourra connoître la perpendiculaire CD, qui ſe trouvera de 344 toiſes, & le ſegment AD que l'on trouvera de 258 toiſes ; & de même parce que l'angle B a été ſuppoſé de 28 degrez & 4 minutes, ſon complement, ou l'angle BCD ſera de 61 degrez & 56 minutes : & dans le triangle rectangle BDC, connoiſſant les angles, & le coſté CD, qui a été trouvé de 344 toiſes, on pourra connoître par le ſeptiéme Probleme du Chapitre precedent, l'hypotenuſe BC, qui ſe trouvera de 731 toiſes, dont le quarré 534361 étant diminué du quarré 118336 du coſté CD, qui eſt de 344 toiſes, on aura 416025, dont la racine quarrée donnera 645 toiſes pour le ſegment BD, auquel ajoûtant les 258 toiſes de l'autre ſegment AD, l'on aura 903 toiſes pour l'autre AB qu'on cherche.

La difficulté ne ſera pas plus grande, lorſque la perpendiculaire CD tombera en dehors, ce qui arrive quand l'un des deux angles à la baſe ſera obtus, comme A, qui ſoit par exemple de 126 degrez & 52 minutes, & ſi l'angle B eſt de 28 degrez & 4 minutes, le troiſiéme angle

C ſera de 25 degrez & 4 minutes, parce qu'il eſt le reſte à 180 degrez des deux precedens : enſuite de quoy ſi l'on ſuppoſe le coſté AC connu, comme de 430 toiſes, on trouvera les deux autres coſtez AB, BC, en cette ſorte.



Si de 180 degrez on oſte l'angle BAC, qui eſt de 126 degrez & 52 minutes, on aura 53 degrez & 8 minutes, pour l'angle CAD, dont le complement donnera 36 degrez & 52 minutes pour l'angle ACD. Ainſi dans le triangle rectangle ADC, connoiſſant les angles & l'hypotenuſe AC, qui a été ſuppoſée de 430 toiſes, on pourra connoître par les deux derniers Problemes du Chapitre precedent, la perpendiculaire CD, qui ſe trouvera de 344 toiſes, & le ſegment AD, qui ſera de 258 toiſes ; & dans le triangle rectangle BDC, connoiſſant l'angle B de 28 degrez & 4 minutes, & ſon complement BCD de 61 degrez & 56 minutes, avec le coſté CD, que nous avons trouvé de 344 toiſes, on pourra connoître par le ſeptiéme Probleme du Chapitre precedent, l'hypotenuſe BC, qui ſe trouvera de 731 toiſes,

par le moyen de laquelle & du costé commu CD de 344 toises, on trouvera, comme auparavant, l'autre côté BD de 645 toises, duquel ostant les 258 toises du segment AD, l'on aura 387 toises pour l'autre costé AB qu'on demande.

Il ne sera pas besoin de tirer aucune perpendiculaire, quand on voudra se servir des Tables de sinus : car pour trouver le costé AB, il n'y aura qu'à suivre cette analogie,

Comme le sinus de l'angle B,	47050
A son costé opposé AC,	430
Ainsi le sinus de l'angle C,	42367
A son costé opposé AB,	387

qui se trouvera de 387 toises, comme auparavant.

De même pour connoître l'autre costé BC, l'on fera cette analogie,

Comme le sinus de l'angle B,	47050
A son costé opposé AC,	430
Ainsi le sinus de l'angle A,	80003
A son costé opposé BC,	731

qui se trouvera de 731 toises aussi comme auparavant. Pour trouver le sinus de l'angle obtus A, nous l'avons osté de 180 degrez, &c.

Application de la Trigonometrie rectiligne à la Longimetrie.

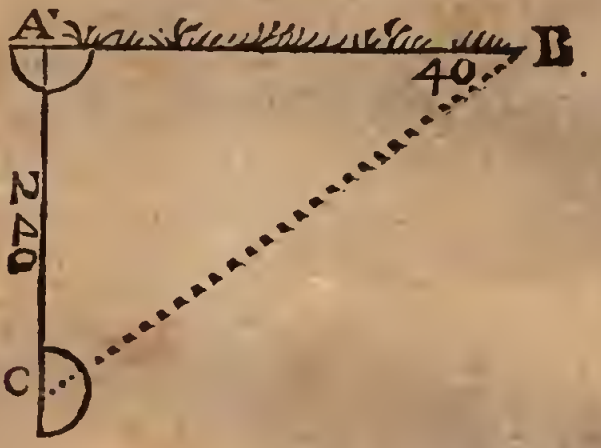
CEux qui n'auront point des Tables de sinus pour mesurer les lignes accessibles ou inaccessibles sur la terre, pourront les mesurer avec mon Instrument universel : & ceux qui n'auront ni l'une ni l'autre de ces deux choses, pourront se servir des Regles que j'ay enseignées au Traité precedent touchant la mesure des triangles, & mesurer assez exactement les lignes accessibles en partie, ou tout à fait inaccessibles sur la terre, pourvû qu'ils ayent quelqu'autre Instrument propre à connoître la quantité des angles visuels, afin de trouver par leur moyen, & par le moyen de quelque ligne connuë sur le terrain, la longueur de la ligne proposée à mesurer, comme vous allez voir dans les Problemes suivans.

PROBLEME I.

Mesurer sur la terre une ligne accessible par l'une de ses deux extrémitez.

POur mesurer la ligne proposée AB, que je suppose accessible vers A, faites à ce point A, avec un demi-cercle, ou

ou autrement, l'angle droit BAC, par la ligne AC d'une grandeur volontaire, mais neanmoins telle que quand vous aurez appliqué le centre du demi cercle à son extrémité C, pour connoître la quantité de l'angle visuel ACB, cet angle se trouve plus grand, si cela est possible, que de 45 degrez, afin que son complement, ou



l'angle B, soit moindre que de 45 degrez, & le costé AC par consequent moindre que le côté AB du triangle rectangle ABC, ce qu'il est bon de faire ainsi, quand la commodité du terrain le permettra, afin que la ligne AB se puisse connoître plus facilement, par le moyen de la ligne connuë AC, que nous supposerons de 240 pieds, & de l'angle visuel ACB, qui soit par exemple de 50 degrez, au quel cas son complement, ou l'angle B, se trouvera

de 40 degrez, qu'il ne ſera pas neceſſaire de convertir en minutes, puiſqu'il n'y en a point : & alors en ſe ſervant de ce ſimple nombre de 40 degrez, on trouvera la quantité de la ligne propoſée AB, en cette ſorte.

Ayant oſté ce nombre 172 de la racine quarrée 315 de l'excez 99136 de ce ſecond nombre 118336 ſur le dodecuple 19200 du quarré 1600 du nombre 40 des degrez de l'angle B ; multipliez le reſte 143 par le nombre 240 des pieds de la ligne AC, & diviſez le produit 34320 par le triple 120 du nombre 40 des degrez du même angle B, & le quotient donnera 286 pieds pour la longueur de la ligne AB qu'on cherche.

REMARQUE.

Comme il arrive rarement que la valeur d'un angle ſe trouve exprimée ſeulement en degrez ſans aucunes minutes, il ne faudra pas negliger ces minutes, quand il y en aura, autrement on ſe manqueroit ſenſiblement dans la quantité de la ligne à meſurer AB. Dans ce cas on convertira les degrez du plus petit angle B en minutes, en multipliant ces degrez par 60, & en ajoûtant au produit les minutes qui ſeront de ſurplus, pour avoir ainſi cet an-

gle exprimé en minutes : & l'on changera le premier nombre 172 en celuy-ci, 10320, que l'on a en multipliant 172 par 60, & le deuxiéme nombre 118336 en celuy-ci, 426009600, que l'on a en multipliant 118336 par 3600, qui eſt le quarré de 60.

Comme ſi l'angle viſuel ACB ſe trouve de 48 degrez & 20 minutes, auquel cas ſon complement, ou le plus petit angle B ſe trouvera de 41 degrez & 40 minutes, ce qui fait en tout 2500 minutes ; on ſe ſervira de ce nombre 2500, & des deux precedens 10320, & 426009600, pour trouver exactement la longueur AB, en cette ſorte.

Ayant oſté ce nombre 10320 de la racine quarrée 18741 de l'excez 351009600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 75000000 du quarré 6250000 du nombre 2500 des minutes de l'angle B : & ayant multiplié le reſte 8421 par le nombre 240 des pieds de la ligne AC ; diviſez le produit 2021040 par le triple 7500 du même nombre 2500 des minutes de l'angle B, & le quotient donnera 269 pieds pour la quantité de la ligne proſée AB, que l'on trouveroit de 306 pieds en negligeant les minutes.

REMARQUE II.

S'il ne vous eſt pas commode, à cauſe de l'inégalité du terrain, ou de quelqu'autre empêchement, de prendre la ligne AC ſuffiſamment longue, pour faire que l'angle C ſoit plus grand que de 45 degrez, prenez-la telle que vous pourrez, afin que par le moyen de cet angle C, qui ſera plus petit que l'angle B, quand il ſe trouvera moindre que de 45 degrez, on puiſſe connoître la longueur AB, en ſuppoſant la ligne AC toujours de 240 pieds, & l'angle C, par exemple de 36 degrez & 40 minutes, ou de 2200 minutes ; en ſuite de quoy l'on pourra connoître la ligne AB en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 10320, la racine quarrée 19181, de l'excez 367929600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 58080000 du quarré 4840000 du nombre 2200 des minutes de l'angle C, & ayant multiplié la ſomme par le même nombre 2200 des minutes de l'angle C ; multipliez le produit 64902200 par la ligne AC, ou par 240, pour avoir ce ſecond produit 15576528000, lequel étant diviſé par l'excez 87142400 de ce troiſiéme nombre 186502400 ſur le qua-

druple 19360000 du quarré 4840000 du nombre 2200 des minutes du même angle C, le quotient donnera 178 pieds pour la quantité de la ligne proposée AB.

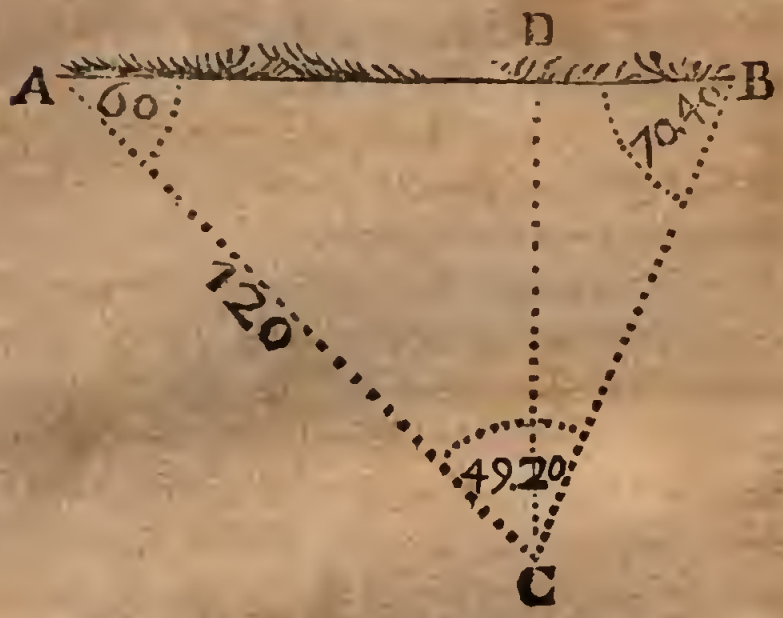
REMARQUE III.

Si vous pouvez faire que l'angle C soit precisément de 45 degrez, en avançant ou en reculant selon la ligne AC, jusqu'à ce que cet angle C se trouve exactement demi-droit, il ne sera pas besoin de calcul pour connoître la ligne AB, parce que dans ce cas elle sera égale à la ligne AC, que l'on peut mesurer actuellement avec un cordeau, ou mieux avec une chaîne.

REMARQUE IV.

On a fait en A un angle droit plûtôt qu'un angle oblique, pour avoir un triangle rectangle, dont le calcul est plus facile que celuy d'un triangle obliquangle. Que si vous êtes contraint par l'inégalité du terrain, de faire l'angle oblique ABC vous le ferez tel qu'il vous plaira, pourvû qu'il ne soit pas trop aigu, ni trop obtus, comme de 60 degrez, par la ligne AC,

que vous prendrez auſſi de telle longueur qu'il vous plaira, par exemple de 120 toiſes : aprés quoy vous meſurerez avec un demi-cercle la quantité de l'angle C, que nous ſuppoſerons de 49 degrez & 20 minutes, & alors le troiſiéme angle B ſe



trouvera de 70 degrez & 40 minutes, parce qu'il eſt le reſte des deux precedens à 180 degrez.

Si l'on tire de l'angle C, la droite CD perpendiculaire à la ligne à meſurer AB, l'on aura le triangle rectangle ADC, dont le plus petit angle ADC ſe trouvera de 30 degrez, comme étant le complement de l'angle A, qui a été fait de 60 degrez, & dont les deux coſtez AD, CD, ſe trouveront en cette ſorte.

Si à la racine quarrée 164 de l'excez 26884 de ce nombre 29584 sur le triple 2700 du quarré 900 du nombre 30 des degrez de l'angle ACD, l'on ajoûte ce second nombre 344, & qu'on multiplie la somme 508 par le même nombre 30 des degrez de l'angle ACD ; l'on aura ce produit 15240, lequel étant multiplié par l'hypotenuse AC, ou par 120, & le produit 1828800 étant divisé par la somme 30484 du premier nombre 29584, & du quarré 900 du nombre 30 des degrez du même angle ACD, l'on aura 60 toises pour le costé AD, dont le quarré 3600 étant osté du quarré 14400 de l'hypotenuse AC, qui a été supposée de 120 toises, la racine quarrée du reste 10800 donnera 104 toises pour l'autre costé CD, par le moyen duquel & du petit angle BCD, qui est de 19 degrez & 20 minutes, sçavoir le complement de l'angle B, qui est de 70 degrez & 40 minutes, on pourra connoître le segment BD, en cette sorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 10320, la racine quarrée 20240 de l'excez 409862400 de ce nombre 426009600 sur le dodecuple 16147200 du quarré 1345600 du nombre 1160 des minutes de l'angle BCD ; multipliez la somme 30565 par le même

nombre 1160 des minutes de l'angle BCD, & multipliez encore le produit 35455400 par le coſté CD, ſçavoir par 104, pour avoir ce ſecond produit 3687361600, lequel étant diviſé par l'excez 101120000 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 5382400 du quarré 1345600 du nombre 1160 des minutes du même angle BCD, l'on aura 36 toiſes pour le ſegment BD, leſquelles étant ajoûtées aux 60 toiſes de l'autre ſegment AD, l'on aura 96 toiſes pour la longueur de la ligne propoſée AB.

REMARQUE V.

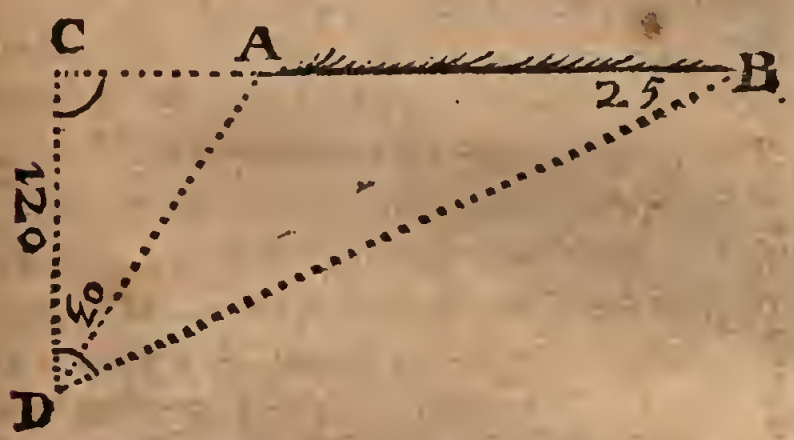
Pour éviter le calcul, prenez la ligne AC ſi longue, que l'angle ACB ſoit, auſſi bien que l'angle A, de 60 degrez, afin que le troiſiéme angle B ſoit auſſi de 60 degrez, ce qui rendra équilateral le triangle ABC, & la ligne AB égale par conſequent à la ligne AC, que l'on peut meſurer actuellement ſur la terre; & ſi l'angle A ne ſe peut pas faire de 60 degrez, on le fera de telle grandeur que l'on pourra, comme de 50 degrez : & alors afin que la ligne AB ſoit égale à la ligne AC, il faudra prendre cette ligne AC de telle longueur, que l'angle ACB ſe trouve égal à ce qui reſtera en oſtant de

180 degrez le double de l'angle A, comme icy de 80 degrez, &c.

PROBLEME II.

Mesurer une ligne inaccessible sur la terre.

POur connoître la longueur de la ligne AB, que je suppose inaccessible en chacune de ses deux extrémitez A, B, choisissez un point commode sur la terre, qui soit, si cela se peut, en ligne droite



avec la ligne proposée AB, comme C; pour y faire avec un demi-cercle un angle droit, si cela est possible, sçavoir BCD, par la ligne CD, que vous prendrez si longue qu'il vous plaira, comme de 120 toises; & ayant placé à son extrémité C, le centre d'un demi-cercle, mesurez avec

cet Instrument, l'angle visuel CDA, que nous supposerons de 30 degrez, & l'angle visuel CDB, qui soit par exemple de 65 degrez, auquel cas son complement, ou l'angle B sera de 25 degrez.

Cela étant supposé, pour trouver la longueur de la ligne proposée AB, l'on cherchera premierement celle du côté AC du triangle rectangle ADC, dont on connoît le plus grand côté CD de 120 toises, & le plus petit angle CDA de 30 degrez, en cette sorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 10320 la racine quarrée 19676 de l'excez 387129600 de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 38880000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle ADC; multipliez la somme 29996 par le même nombre 1800 des minutes de l'angle ADC, & multipliez encore le produit 53992800 par le côté CD, c'est à dire par 120, pour avoir cet autre produit 6479136000, lequel étant divisé par l'excez 93542400 de ce troisiéme nombre 106501400 sur le quadruple 129600 du quarré 32400 du nombre 1800 des minutes du même angle ADC, l'on aura 69 toises pout la grandeur du côté AC, qu'on cherche.

Il faut trouver en suite le côté BC dans

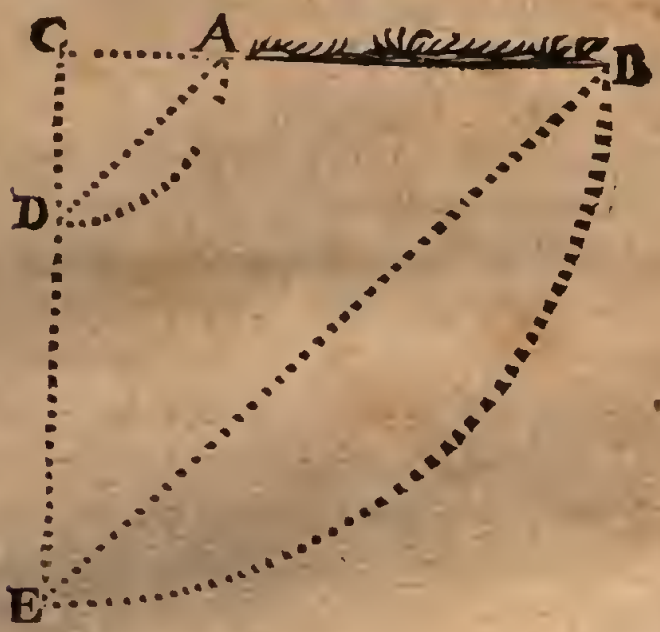
le triangle rectangle BCD, par le moyen de l'autre côté connu CD, qui a été supposé de 120 toises, & du petit angle B aussi connu, sçavoir de 25 degrez, en cette sorte.

Ayant ôté ce nombre 172 de la racine quarrée 333 de l'excez 110836 de ce second nombre 118336 sur le dodecuple 7500 du quarré 625 du nombre 25 des degrez de l'angle B; multipliez le reste 161 par le côté CD, sçavoir par 120, & divisez le produit 19320 par le triple 75 du même nombre 25 des degrez de l'angle B, & vous aurez au quotient 257 toises pour le côté BC, d'où ôtant les 69 toises du côté AD, le reste donnera 188 toises pour la ligne AB qu'on cherche.

Ou bien quand il y aura des minutes à l'angle B, ayant ôté ce nombre 10320 de la racine quarrée 19975 de l'excez 399009600 de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 27000000 du quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle B, & ayant multiplié le reste 9655 par le nombre 120 des toises du côté CD; divisez le produit 1158600 par le triple 4500 du même nombre 1500 des minutes de l'angle B, pour avoir au quotient 257 toises, comme auparavant, pour le côté BC.

REMARQUE I.

Pour éviter la peine du calcul, il faut, quand cela sera possible, prendre sur la perpendiculaire CD prolongée, les deux points E, D, tellement éloignez entr'eux, & du point C, que les deux angles ADC, BEC, soient chacun de 45 degrez, ou

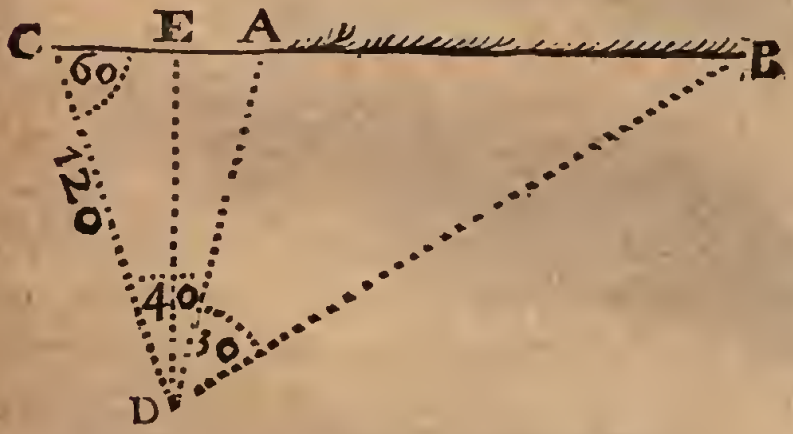


demi-droit, afin que la ligne AB qu'on cherche, soit connuë, parce que dans ce cas elle sera égale à la ligne DE, que l'on peut mesurer avec un cordeau, à cause des deux lignes égales AC, CD, & des deux égales EC, BC, ce qui arrive de la sorte, parce que dans chacun des deux

triangles rectangles ACD, BCE, les angles aigus ſont demi-droits, & parconſequent égaux, &c.

REMARQUE II.

Si vous ne pouvez pas faire en C l'angle droit BCD, faites-le tel que vous pourrez, comme de 60 degrez, & faites la ligne CD telle qu'il vous plaira, comme de 120 toiſes. Meſurez auſſi avec un demi-cercle, l'angle CDA, que nous ſup-



poſerons de 40 degrez, & l'angle ADB, qui ſoit par exemple de 30 degrez, auquel cas tout l'angle CDB ſera de 70 degrez. Aprés cela tirez par penſée du point D, la droite DE perpendiculaire à la ligne AC, pour avoir le triangle rectangle CDE, où le petit angle CED ſe trouvera

de 30 degrez étant le complement de l'angle C, que nous avons ſuppoſé de 60 degrez : le triangle rectangle AED, où le petit angle ADE ſera de 10 degrez, comme l'on connoît en ôtant de l'angle ADC, que nous avons ſuppoſé de 40 degrez, les 30 degrez de l'angle CDE : & encore le triangle rectangle BED, où le plus petit angle BDE ſera de 40 degrez, comme l'on connoît en ajoûtant à l'angle ADB, qui a été ſuppoſé de 30 degrez, les 10 degrez de l'angle ADE. Nous trouverons dans le triangle rectangle CDE, la perpendiculaire DE, dans le triangle rectangle AED, la ligne AE, & dans le triangle rectangle BED, la ligne BE, en cette ſorte.

Pour trouver donc premierement le plus grand côté DE du triangle rectangle CED, dont on connoît l'hypotenuſe CD de 120 toiſes, & le plus petit angle CDE de 30 degrez : Ayant multiplié la racine quarré 9838 de l'excez 96782400 de ce nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle CDE, par ce ſecond nombre, 10320, & ayant ôté du produit 101528160 le double 6480000 du même quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle CDE ; multipliez le reſte

95048160 par l'hypotenuſe CD, qui a été ſuppoſée de 120 toiſes, & diviſez le produit 11405779200 par la ſomme 109742400 du premier nombre 106502400 & du quarré 3240000 du même nombre 1800 des minutes de l'angle CDE, & le quotient donnera 104 toiſes pour la ligne DE.

Pour trouver en ſecond lieu la ligne AE dans le triangle rectangle AED, dont on connoît le plus grand côté DE, qui a été trouvé de 104 toiſes, & le plus petit angle ADE, qui eſt de 10 degrez, ou de 600 minutes : Ayant ajoûté à ce nombre 10320, la racine quarrée 20535 de l'excex 421689600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 4320000 du quarré 360000 du nombre 600 des minutes de l'angle ADE : & ayant multiplié la ſomme 308,5 par le même nombre 600 des minutes de l'angle ADE ; multipliez le produit 18513000 par la ligne DE, ſçavoir par 104, pour avoir ce ſecond produit 1925352000, lequel étant diviſé par l'excez 105062400 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 1440000 du même quarré 360000 du nombre 600 des minutes de l'angle ADE, le quotient donnera 18 toiſes pour la ligne AE.

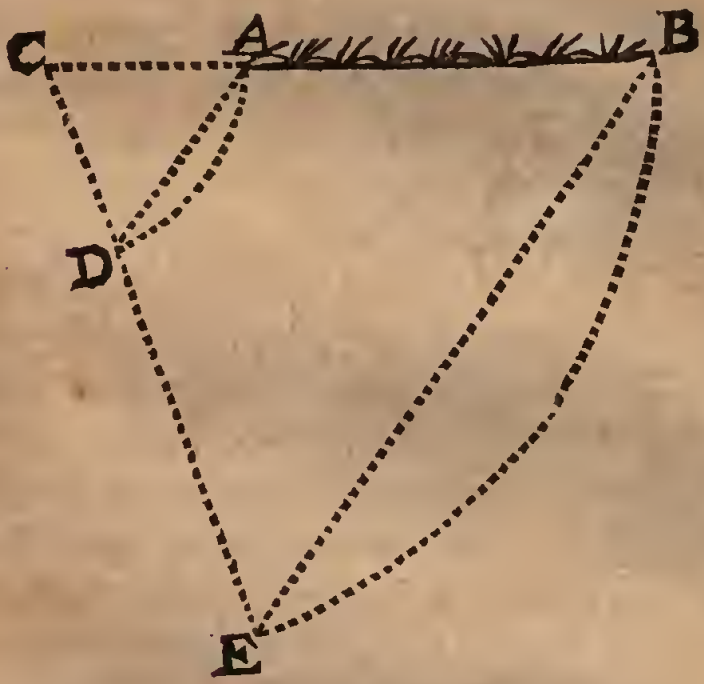
Enfin pour trouver la ligne BE dans le triangle rectangle BED, par le moyen du

même côté DE de 104 toiſes, & du plus petit angle BDE de 40 degrez, ou de 2400 minutes : Ajoûtez à ce nombre 10320, la racine quarrée 18891, de l'excez 356889600 de ce ſecond nombre 426009600, ſur le dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle BDE, & aprés avoir multiplié la ſomme 29211 par le même nombre 2400 des minutes de l'angle BDE, multipliez le produit 70106400 par la ligne DE, qui a été trouvée de 104 toiſes, & diviſez ce ſecond produit 7291065600 par l'excez 83462400 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 23040000 du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle BDE, & le quotient donnera 87 toiſes pour la quantité de la ligne BE, d'où ôtant les 18 toiſes de la ligne AE, il reſtera 69 toiſes pour la longeur de la ligne AB qu'on cherche.

REMARQUE III.

On peut auſſi trouver ſans calcul, la quantité de la ligne propoſée AB, lorſque l'on aura fait en C un angle oblique, comme de 70 degrez : car ſi ſur la ligne CD prolongée autant qu'il en ſera beſoin, on prend les deux points E, D, tellement éloignez

éloignez entr'eux & du point C, que chacun des deux angles ADC, BEC, ſoit dans cet exemple de 40 degrez, ſçavoir le double du complement de l'angle C, ou ce qui eſt la même choſe, que chacun de ces deux angles ſoit égal à ce qui reſtera en ôtant de 180 degrez le double des degrez de l'angle C; qui a été ſup-

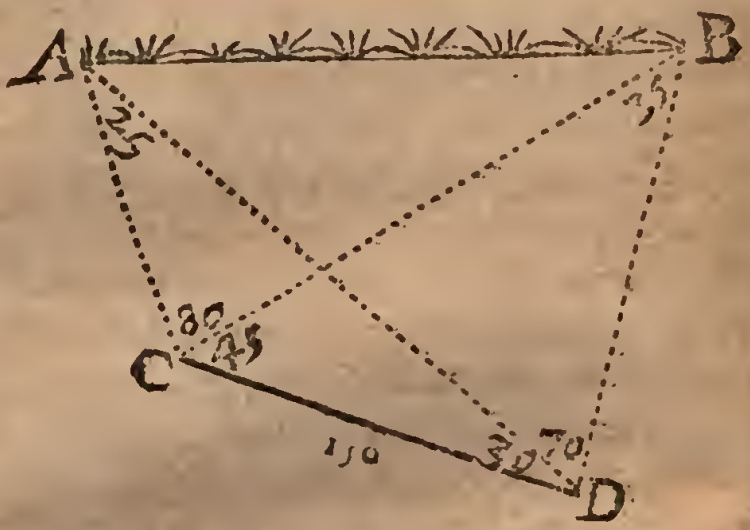


poſé de 70 degrez, la ligne AB ſera connuë, parce qu'elle ſera égale à la ligne DE, que l'on peut meſurer actuellement, à cauſe des deux lignes égales AC, CD, & des deux égales EC, BC, &c.

PROBLEME III.

Mesurer autrement une ligne inaccessible sur la terre.

LA maniere precedente suppose que l'on puisse faire une station en un point qui soit en ligne droite avec la ligne proposée à mesurer, ce qui n'est pas



toujours possible. Dans ce cas on prendra ailleurs deux points de station tels que l'on voudra, mais un peu éloignez entr'eux, plus ou moins, selon la grandeur de la ligne à mesurer AB, pour n'avoir pas des angles trop grands, ni trop petits, comme C, D, dont la distance CD

ſe pourra meſurer avec un cordeau, ou autrement ; nous la ſuppoſerons icy de 150 toiſes : & ſi l'on tire par penſée des lignes droites tirées des deux points de ſtation C, D, aux deux extrémitez A, B, de la ligne à meſurer, on pourra connoître avec un demi-cercle la quantité de tous les angles viſuels aux deux points C, D ; nous ſuppoſerons l'angle ACB de 80 degrez, l'angle BCD de 45 degrez, & par conſequent tout l'angle ACD de 125 degrez : l'angle ADB de 70 degrez, l'angle ADC de 30 degrez, & par conſequent tout l'angle BDC de 100 degrez.

Si de 180 degrez on ôte la ſomme 155 des deux angles ACD, ADC, le reſte donnera 25 degrez pour le troiſiéme angle CAD du triangle ACD, dans lequel connoiſſant les angles, & le côté CD, que nous avons ſuppoſé de 150 toiſes, on pourra connoître le côté AC, qui ſe trouvera de 177 toiſes, & le côté AD, que l'on trouvera de 291 toiſes.

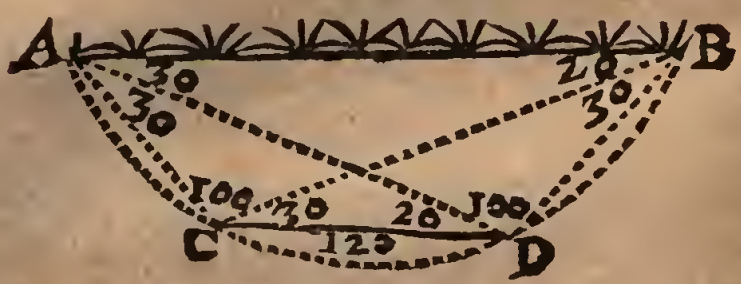
Pareillement ſi de 180 degrez on ôte la ſomme 145 des deux angles BCD, BDC, le reſte donnera 35 degrez pour le troiſiéme angle CBD du triangle BDC, dans lequel outre les angles on connoît le côté CD de 150 toiſes, ce qui fait que l'on pourra connoître le côté BC, qui ſe trou-

vera de 258 toiſes, & le côté BD, que l'on trouvera de 185 toiſes.

Ainſi dans chacun des deux triangles obliquangles ACB, ADB, connoiſſant les deux côtez AC, BC, & l'angle compris ACB, ou bien les deux côtez AD, BD, & l'angle compris ADB, l'on pourra connoître le troiſiéme côté, ou la ligne AB, qu'on cherche, comme vous avez vû dans la Trigonometrie.

REMARQUE I.

Pour éviter un calcul ſi long, ayant choiſi le premier point C de ſtation ſelon la commodité du terrain, & ayant meſuré avec un demi-cercle l'angle ACB, qui ſoit par exemple de 100 degrez; prenez l'autre point de ſtation D, tellement



éloigné du premier point C, & de la ligne à meſurer AB, que l'angle viſuel ADB ſoit auſſi de 100 degrez, ou égal

au precedent ACB : car ainſi les quatre points A, C, D, B, ſeront dans la circonference d'un même Cercle, ce qui fait que l'angle ABC ſera connu, parce que dans ce cas il eſt égal à l'angle ADC, qui ſe peut meſurer avec un demi-cercle : nous le ſuppoſerons icy de 20 degrez. L'angle BAD ſera pareillement connu, parce qu'il ſera égal à l'angle BCD, que l'on peut auſſi meſurer avec un demi-cercle : nous le ſuppoſerons icy de 30 degrez.

Ainſi tout l'angle ACD ſera de 130 degrez, & pareillement tout l'angle BDC ſera de 120 degrez : & connoiſſant les deux angles ACD, ADB, du triangle ACD, ſi l'on ôte leur ſomme 150 de 180 degrez, il reſtera 30 degrez, pour le troiſiéme angle CAD, & auſſi pour ſon égal CBD. C'eſt pourquoy connoiſſant les trois angles du triangle ACD, & le côté CD, que nous ſuppoſerons de 120 toiſes, on pourra connoître le côté AC, qui ſe trouvera de 82 toiſes, & dans le triangle ABC, connoiſſant les angles, & le côté AC de 82 toiſes, on pourra connoître le côté ou la ligne propoſée à meſurer AB, que l'on trouvera de 236 toiſes.

Ou bien l'on pourra connoître dans le même triangle ACB, le côté BC, qui ſe trouvera de 208. toiſes, & en ſuite le côté

AB dans le triangle ABC. Ou bien encore dans le triangle CBD, connoissant les angles, & le côté CD, que nous avons supposé de 120 toises, on pourra connoître le côté BD, qui se trouvera aussi de 120 toises, & encore, si l'on veut, le côté BC, que l'on trouvera, comme auparavant, de 208 toises : & dans le triangle ADB, l'on pourra par le moyen des angles & du côté BD, trouver la ligne AB qu'on cherche, que l'on peut aussi connoître par le moyen du côté AD, qui se trouvera de 184 toises dans le triangle ACD, dont les trois angles & le côté CD, sont connus. Enfin de quelque maniere que l'on cherche la ligne proposée à mesurer AB, on la trouvera toujours de 236 toises, ce qui se peut faire encore autrement, comme vous allez voir.

REMARQUE II.

Parce que le Quadrilatere ABDC est dans un Cercle, & que l'on en connoît les deux Diagonales AD, BC, & les trois côtez AC, CD, BD, l'on pourra connoître le quatriéme côté AB, sans se servir davantage des angles en cette sorte.

Multipliez ensemble les deux Diagonales AD, BC, pour avoir leur produit

38272. Multipliez pareillement enſemble les deux côtez oppoſez AC, BD, pour avoir leur produit 9840. Otez ce ſecond produit 9840 du premier 38272, & diviſez le reſte 28432 par le côté moyen CD, ſçavoir par 120, & le quotient donnera 236 toiſes, comme auparavant, pour la ligne AB, qu'on cherche.

REMARQUE III.

Si le terrain vous permet de faire droit l'angle ACD, il ſera bon d'en uſer ainſi, parce que l'angle ADB ſera auſſi droit, & qu'ainſi il ſera plus facile de connoître la ligne propoſée AB, dans celuy qu'on voudra des deux triangles rectangles ACB, ADB, lorſqu'on en aura connu les deux côtez. Leſquels neanmoins ne ſe peuvent connoître que dans deux triangles obliquangles.

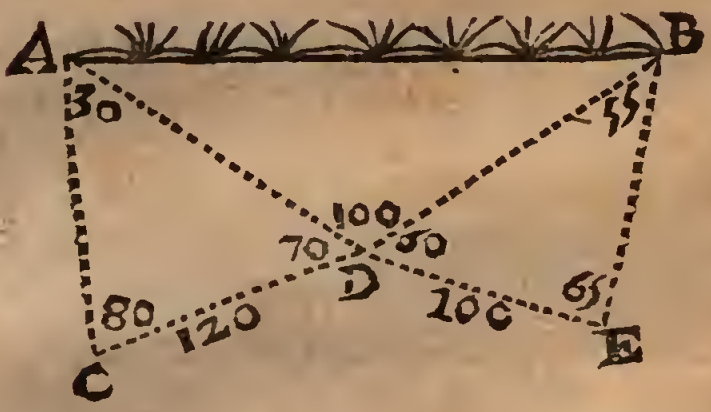
PROBLEME IV.

Meſurer encore autrement une ligne inacceſſible ſur la terre.

AU lieu de deux points de ſtation pris à volonté ſur le terrain, pour connoître la ligne à meſurer AB, l'on

en peut prendre trois, comme C, D, E, plus ou moins éloignez entr'eux & de la ligne AB, ſelon la commodité du lieu: ce qui me ſemble plus facile, parce que les triangles qui ſe forment par les rayons viſuels, ſont moins embaraſſez qu'en ne faiſant que deux ſtations, comme vous allez voir.

Ayant donc choiſi ſur la terre les trois points commodes C, D, E, meſurez avec un cordeau la ligne CD, qui ſoit par exemple de 120 toiſes, & la ligne DE, que



nous ſuppoſerons de 100 toiſes. Meſurez auſſi avec un demi-cercle, l'angle C, qui ſoit de 80 degrez, & l'angle CDA, qui ſoit de 70 degrez, ce qui fait que le troiſiéme angle A du triangle ACD, ſera de 30 degrez, étant le reſte des deux precedens

dens à 180 degrez. Mesurez aussi l'angle BDE, qui soit de 60 degrez, & l'angle E, qui soit de 65 degrez, ce qui fait que le troisiéme angle B du triangle DEB sera de 55 degrez, étant le reste à 180 degrez des deux precedens. Mesurez encore l'angle ADB, que nous supposerons de 100. degrez.

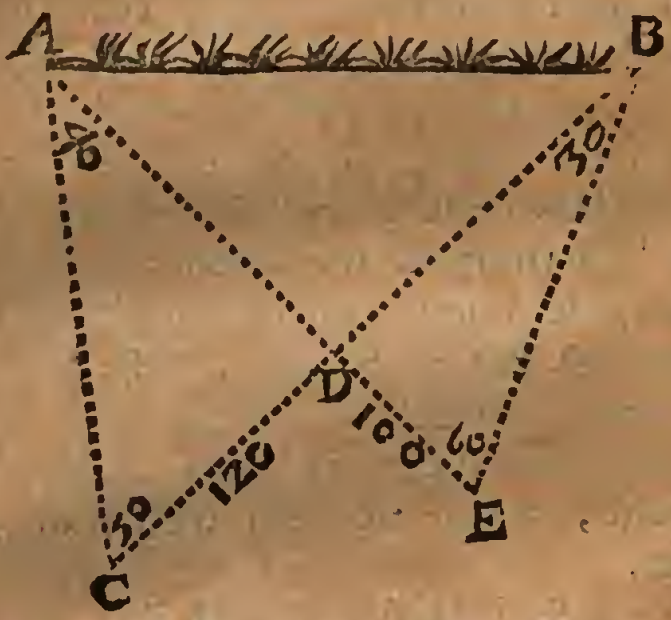
Cette preparation étant faite, l'on cherchera premierement dans le triangle ACD, dont on connoît les angles, & le côté CD, le côté AD, qui se trouvera d'environ 236 toises : & ensuite dans le triangle BDE, dont on connoît pareillement les angles, & le côté DE, le côté BD, que l'on trouvera d'environ 111 toises : ensuite de quoy connoissant les deux côtez AD, BD, du triangle ADB, & l'angle compris ADB, l'on pourra connoître le troisiéme côté, ou la ligne AB qu'on cherche, qui se trouvera d'environ 275 toises.

REMARQUE.

Pour avoir un calcul plus aisé, l'on choisira, si cela se peut, le point de station D, tel que l'angle ADB soit droit, & l'autre point de station C, en ligne droite avec le rayon visuel BD, & pareillement le troisiéme point de station

E en ligne droite avec le rayon visuel AD, afin que chacun des deux angles ADC, BDE, soit droit, & qu'ainsi l'on n'ait que des triangles rectangles à supputer, dont le calcul est plus court, & plus aisé.

Mais pour venir à la pratique, nous supposerons les angles visuels d'autant de degrez que vous les voyez marquez dans la Figure, & pareillement les deux côtez



CD, DE, d'autant de toises que vous les voyez icy marquez, pour trouver en premier lieu le côté AD du triangle rectangle ADC, par le moyen du petit angle A de 40 degrez, ou de 2400 minutes, & de son côté oppose CD de 120 toises, en cette sorte.

Ayant ôté ce nombre 10320 de la racine quarrée 18891 de l'excez 356889600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle A : & ayant multiplié le reſte 8571 par le côté CD, ſçavoir par 120 ; diviſez le produit 1028420 par le triple 7200 du même nombre 2400 des minutes de l'angle A, & ayant multiplié le reſte 8571 par le côté CD, ſçavoir par 120 ; diviſez le produit 1028420 par le triple 7200 du même nombre 2400 des minutes de l'angle A, pour avoir au quotient 143 toiſes pour le côté AD qu'on cherche.

De même aïant ôté ce nombre 10320 de la racine quarrée 19675 de l'excez 387129600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 38880000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle B du triangle BDE : & ayant multiplié le reſte 9355 par le nombre 100 des toiſes du côté DE ; diviſez le produit 935500 par le triple 5400 du même nombre 1800 des minutes de l'angle B, & le quotient donnera 173 toiſes pour l'autre côté DB du triangle ADB.

Si au quarré 20449 du côté AD, qui a été trouvé de 143 toiſes, on ajoûte le quarré 29929 de l'autre côté BD, qu'on

a trouvé de 173 toiſes, & qu'on prenne la racine quarrée de la ſomme 50378, l'on aura 224 toiſes pour la longueur de la ligne propoſée AB.

PROBLEME V.

Meſurer une ligne inacceſſible ſur la terre, quand il y a quelque empêchement.

LOrſque l'on veut meſurer une ligne inacceſſible ſur la terre, l'on n'en doit pas être trop éloigné, quand on n'a pas une grande étenduë de terrain, pour faire ſes ſtations éloignées à proportion de cette diſtance, de peur que les rayons viſuels ne faſſent des angles trop aigus, parce qu'une petite erreur que l'on feroit dans la meſure de ces angles, en cauſeroit une conſiderable dans la longueur de la ligne propoſé à meſurer.

Ainſi quand il arrive qu'ayant choiſi ſur la terre un point commode, pour y faire ſa ſtation, l'on ne peut pas voir de ce point de ſtation, les deux extrémitez de la ligne à meſurer, & qu'ainſi l'on ne peut pas connoître avec un demi cercle, ni autrement, la quantité de l'angle viſuel, qui s'y forme ; l'on doit choiſir un autre point de ſtation, où je ſuppoſe qu'il y arrive la même difficulté, de quelque maniere qu'on le choiſiſſe, étant im-

poſſible par la ſcituation du terrain, & par un obſtacle qui ſe trouve au devant de la ligne à meſurer, de trouver un point, duquel on puiſſe voir tout enſemble les deux extrémitez de cette ligne. On ne laiſſera pas neanmoins de ſe ſervir de ces deux points de ſtation ainſi pris à diſcretion ſur la terre, pour connoître par la Trigonometrie la quantité de cet angle viſuel qu'on ne peut pas meſurer avec un demi-cercle, & trouver en ſuite la longueur de la ligne à meſurer, en cette ſorte.

Suppoſons que la ligne à meſurer AB repreſente la diſtance de deux Baſtions, & que ſes deux extrémitez A, B, ne puiſſent pas être vûës enſemble du point

de ſtation C, ni du point de ſtation D, à cauſe d'une Demi-lune qui eſt au devant de la Courtine. Meſurez avec un demi-cercle l'angle ACD, qui ſoit par exemple de 110 degrez, & l'angle CDB, que

nous ſuppoſerons de 100 degrez : & avec un cordeau, ou autrement, la diſtance CD des deux points de ſtation, que je ſuppoſerai de 150 toiſes ; pour pouvoir par le moyen de ces trois choſes connuës, trouver la quantité des deux rayons viſuels AC, BC, & de l'angle viſuel ACB, & venir enſuite à la connoiſſance de la ligne propoſée AB, comme vous allez voir.

Faites à volonté au point C, avec le rayon AC, l'angle ACE, par exemple de 60 degrez, par la ligne CE, que vous ferez ſi longue qu'il vous plaira, comme de 90 toiſes, & meſurez l'angle E, qui ſoit par exemple de 80 degrez, auquel cas le troiſiéme angle A, du triangle AEC, ſera de 40 degrez : & dans ce triangle connoiſſant les angles, & le côté CE, l'on pourra connoître le côté AC, qui ſe trouvera de 138 toiſes.

Faites auſſi à volonté à l'autre point de ſtation D, avec le rayon BD, l'angle BDF, par exemple de 40 degrez, par la ligne DF, d'une longueur arbitraire, comme de 100 toiſes, & meſurez l'angle F, que nous ſuppoſerons de 70 degrez, & alors le troiſiéme angle B du triangle BDF ſera auſſi de 70 degrez : & dans ce triangle on pourra connoître le côté BD, qui ſera de 100 toiſes, ſçavoir égal au côté DF,

parce que les deux angles F, B, ſe rencontrent par hazard égaux entr'eux.

Puiſque dans le triangle CDB, l'on connoît les deux côtez CD, BD, & l'angle compris D, l'on pourra connoître l'angle BCD, qui ſe trouvera de 30 degrez & 28 minutes, qui étant ôtez des 110 degrez de l'angle ACD, il reſtera 79 degrez, & 32 minutes pour l'angle ACB. L'on pourra auſſi connoître dans le même triangle CDB, le troiſiéme côté BC, que l'on trouvera de 194 toiſes: & enfin dans le triangle ACB, connoiſſant les deux côtez AC, BC, & l'angle compris C, l'on pourra connoître le troiſiéme côté, ou la ligne AB qu'on cherche, qui ſe trouvera de 217 toiſes.

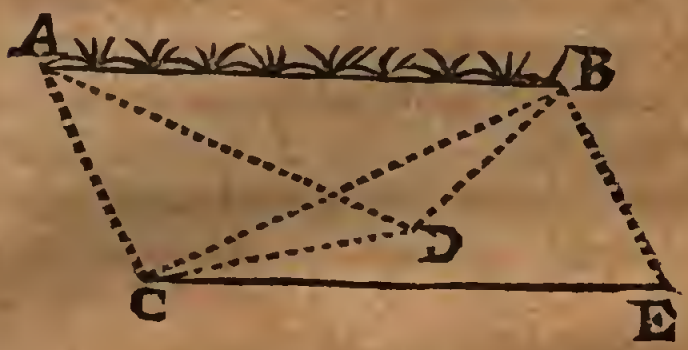
PROBLEME VI.

Meſurer ſans Trigonometrie une ligne inacceſſible ſur la terre.

LOrſqu'on ſera dans un terrain libre & commode, l'on pourra meſurer en pluſieurs manieres une ligne inacceſſible ſur la terre, ſans qu'il ſoit beſoin d'aucune ſupputation de triangles, pourvû que l'on faſſe ſur la terre des angles & des ſtations convenables à la ligne qu'on

veut mesurer, comme vous allez voir.

Si la ligne inaccessible qu'il faut mesurer, est AB, ayant fait une station en un point commode, comme C, mesurez avec un demi-cercle, ou Graphometre la quantité de l'angle visuel ACB, & faites une seconde station en un autre point commode, comme D, qui doit neanmoins être tel que l'angle visuel ADB soit égal au precedent ACB, ce qui est



facile, afin que les quatre points A, C, D, B, soient dans la circonference d'un même Cercle, & qu'ainsi l'angle ABC soit égal à l'angle ADC : & ayant mesuré avec un demi-cercle cet angle ADC, faites au point C, avec le rayon BC, l'angle BCE égal au même angle ADC, par la ligne CE, que vous prendrez si longue que l'angle CEB soit égal à ce qui restera quand on aura ôté de 180 degrez l'angle ACE, qui est connu, parce qu'il est égal

à la ſomme des deux ACB, ECB, qui ſont connus, outre que cet angle ACE ſe peut meſurer avec un Graphometre; & alors la ligne CE ſera paralelle & égale à la ligne propoſée AB : c'eſt pourquoy ſi l'on meſure avec un cordeau, ou autrement, cette ligne CE, on aura la longueur de la ligne AB qu'on cherche.

Ou bien ayant fait vôtre premiere ſtation au point C, & ayant meſuré, comme auparavant, l'angle viſuel ACB, prolongez la ligne BC vers D, & la ligne

AC vers E, en ſorte que chacun des deux angles ADB, AEB, ſoit égal à la moitié de l'angle ACB, & meſurez la ligne DE, qui donnera la longueur de la ligne propoſée AB.

Ou bien encore ayant fait vôtre pre-

miere ſtation en un point, comme C, qui ſoit un peu à côté, & éloigné de l'extrémité A de la ligne à meſurer AB, autant qu'il ſera poſſible, afin que l'angle viſuel ACB ſoit d'une grandeur raiſonnable, & ayant meſuré bien exactement cet angle viſuel ACB ; faites à ce point C, avec la ligne BC, l'angle BCD égal au precedent ACB, par la ligne CD de telle grandeur que l'angle viſuel ADB

ſoit égal au precedent BCD : & au même point C, l'angle DCE égal au même angle ACB, par la ligne CE de telle grandeur que l'angle viſuel AEB ſoit auſſi égal au precedent ECD, afin que les cinq points A, B, D, E, C, ſoient ſur la circonference d'un même Cercle, & que

par conſequent les trois lignes AB, BD, DE, conſiderées comme des ſoutendantes de trois arcs égaux, ſoient égales entr'elles. Ainſi il n'y aura plus qu'à meſurer avec un cordeau la quantité de la corde DE, pour avoir celle de la ligne propoſée AB.

PROBLEME VII.

Meſurer d'enhaut une ligne horizontale inacceſſible ſur la terre.

PRemierement ſi du ſommet A de la hauteur AB, il eſt propoſé de meſu-

rer la ligne inacceſſible B, dont l'extrémité B. répond perpendiculairement au-

ſommet A, & laquelle étant ſuppoſée horizontale, c'eſt à dire paralelle à l'horiſon, eſt perpendiculaire à la hauteur AB; meſurez avec le Graphometre l'angle viſuel A, qui ſoit par exemple de 40 degrez & 30 minutes, auquel cas ſon complement, ou l'angle C, ſera de 49 degrez & 30 minutes, & avec un plomb la hauteur AB, que nous ſuppoſerons de 120 pieds: enſuite de quoy, comme l'on connoît icy le plus grand côté AB du triangle rectangle ABC, l'on pourra connoître l'autre côté, ou la ligne propoſée BC, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 10320, la racine quarrée 18845 de l'excez 35513080 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 70858800 du quarré 5904900 du nombre 2430 des minutes du plus petit angle A, & ayant multiplié la ſomme 29165 par le même nombre 2430 des minutes de l'angle A; multipliez le produit 70870950 par la hauteur AB, ſçavoir par 120, pour avoir ce ſecond produit 8504514000, lequel étant diviſé par l'excez 82882800 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 23619600 du même quarré 5904900 du nombre 2430 des minutes du plus petit angle A, le quotient donnera environ 102 pieds pour

la longueur de la ligne BC qu'on cherche.

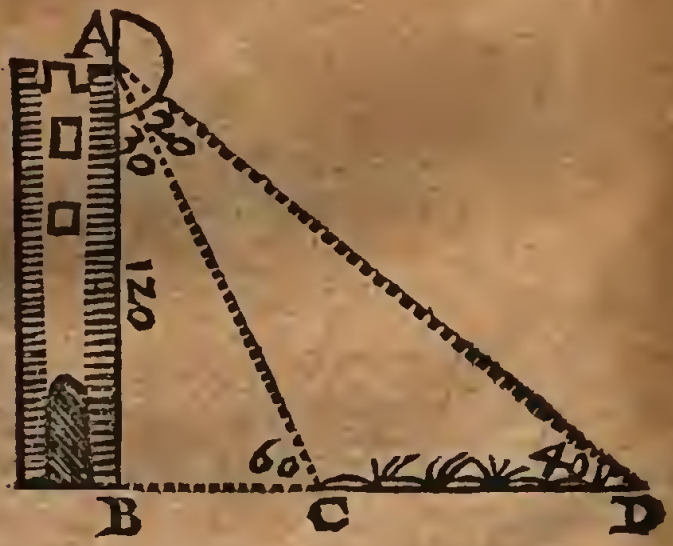
On aura un calcul moins long, & par conſequent plus aiſé, lorſque l'angle viſuel A ſera plus grand que ſon complement C, c'eſt à dire lorſque cet angle viſuel A ſera plus grand que de 45 degrez, & la ligne BC par conſequent plus grande que la hauteur AB, que nous ſuppoſerons, comme auparavant de 120 pieds: pour l'angle viſuel A, nous le ſuppoſerons

de 49 degrez & 30 minutes, & ſon complement, ou l'angle C, de 40 degrez & 30 minutes; & alors on connoîtra la ligne BC en cette ſorte.

Ayant ôté ce nombre 10320 de la racine quarrée 18845 de l'excez 355150800 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 70858800, du quarré 5904900 du nombre 2430 des minutes du plus petit

angle C ; multipliez le reſte 8525 par le nombre 120 des pieds de la hauteur AB, pour avoir ce produit 1023000, lequel étant diviſé par le triple 7290 du même nombre 2430 des minutes de l'angle C, le quotient donnera 140 pieds pour la ligne BC qu'on cherche.

Secondement ſi la ligne à meſurer n'a pas ſon commencement à la baſe B de la hauteur AB, comme CD, l'on meſurera avec un Graphometre l'angle viſuel BAC, qui ſoit par exemple de 30 degrez, & avec un plomb la hauteur AB, que nous ſuppoſerons de 120 pieds, & alors



on pourra connoître dans le triangle rectangle ABC, dont on connoît le plus

grand côté AB de 120 pieds, l'autre côté BC, qui se trouvera de 67 pieds.

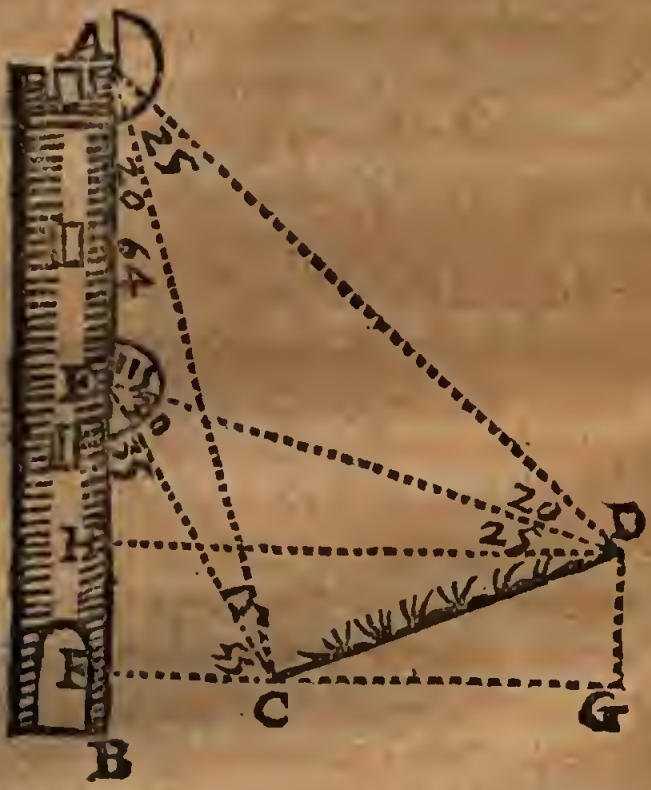
On mesurera aussi l'angle visuel BAD, qui soit par exemple de 50 degrez, auquel cas son complement, ou l'angle B sera de 40 degrez, par le moyen duquel & du côté connu AB du triangle rectangle ABD, l'on pourra connoître l'autre côté BD, qui se trouvera de 143 pieds, d'où ôtant les 67 pieds de la ligne BC, il restera 76 pieds pour la ligne CD qu'on cherche.

PROBLEME VIII.

Mesurer d'enhaut une ligne inaccessible inclinée à l'horizon.

POur connoître la longueur de la ligne inaccessible CD, qui est panchante, c'est à dire inclinée à l'horizon, sans sçavoir l'angle de son inclinaison, ni par consequent l'angle oblique qu'elle fait avec la ligne AB, qui represente une hauteur, comme seroit la hauteur d'une Tour, dans laquelle on puisse monter & descendre librement, sans que neanmoins on en puisse sortir; il faut que les deux lignes AB, CD, soient dans un même Plan, c'est à dire que la ligne proposée

CD doit être vis-à vis des deux points de ſtation A, E, qui doivent être pris à volonté, mais un peu éloignez entr'eux, comme de 64 pieds, afin que les angles viſuels qui ſe forment aux deux points A, E, & qui ſe peuvent meſurer avec



un Graphometre, ſoient d'une grandeur raiſonnable, ſçavoir telle que vous les voyez icy marquez.

Cela étant ſuppoſé, ſi de l'angle BED, qui eſt de 65 degrez, on ôte l'angle BAD, qui eſt de 45 degrez, il reſtera 20 degrez pour

pour l'angle ADE : & pareillement ſi de l'angle BEC, qui eſt de 35 degrez, on ôte l'angle BAC, qui eſt de 20 degrez, il reſtera 15 degrez pour l'angle ACE. Ainſi dans le triangle AEC, connoiſſant les angles, & le côté AE, qui a été ſuppoſé de 64 pieds, on pourra connoître celuy qu'on voudra des deux côtez AC, CE. Le premier AC ſe trouvera de 142 pieds, & le deuxiéme CE de 85 pieds. De même connoiſſant les angles & le côté AE du triangle AED, l'on pourra connoître celuy qu'on voudra des deux côtez AD, DE. Le premier AD ſe trouvera de 170 pieds, & le ſecond DE de 132 pieds. Enfin connoiſſant les deux côtez AC, AD, & l'angle compris A, du triangle ACD : ou bien connoiſſant les deux côtez EC, ED, & l'angle compris E du triangle ECD, l'on pourra connoître le troiſiéme côté, ou la ligne propoſée CD, qui ſe trouvera d'environ 73 pieds.

REMARQUE I.

Si vous voulez ſçavoir de combien l'extrémité C, de la ligne CD, eſt élevée au deſſus de la baſe de la hauteur AB, que je ſuppoſe de 150 pieds, & de combien elle eſt éloignée de la même hau-

teur AB ; tirez par ce point C, la ligne horizontale FG, laquelle étant perpendiculaire à la ligne AB, donnera BF pour la hauteur,& CF pour la distance qu'on cherche, lesquelles on trouvera en cette sorte.

Pour trouver en premier lieu la distance CF, qui est icy le plus petit côté du triangle rectangle EFC, dont on connoît l'hypotenuse CE de 85 pieds, & le plus petit angle E de 35 degrez, ou de 2100 minutes ; ayant ajoûté à ce nombre 20640 la racine quarrée 9657 de l'excez 93272400 de ce second nombre 106502400 sur le triple 13230000 du quarré 4410000 du nombre 2100 des minutes du plus petit angle BEC, & ayant multiplié la somme 30297 par le même nombre 2100 des minutes de l'angle BEC ; multipliez le produit 63623700 par le nombre 85 des pieds de l'hypotenuse CE, pour avoir ce second produit 5408014500, lequel étant divisé par la somme 110912400 du même second nombre 106502400 & du même quarré 4410000 du nombre 2100 des minutes de l'angle BEC, le quotient donnera 49 pieds pour la distance CF qu'on cherche.

Pour connoître la hauteur BF, l'on cherchera auparavant, la ligne EF, qui est le plus grand côté du triangle rectan-

gle EFC, en ôtant du quarré 7225 de l'hypotenuſe CE, qui eſt de 85 pieds, le quarré 2401 du coſté CF, qui a été trouvé de 49 pieds : car la racine quarrée du reſte 4824, donnera environ 70 pieds pour l'autre coſté EF, que l'on peut auſſi trouver independamment du coſté CE, comme vous allez voir.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320 la racine quarrée 9657 de l'excez 93272400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 13230000 du quarré 4410000 du nombre 2100 des minutes de l'angle BEC : & ayant oſté du produit 99660240 le double 88200000 du même quarré 4410000 du nombre 2100 des minutes de l'angle BEC ; multipliez le reſte 908400240 par le nombre 85 des pieds de l'hypotenuſe CE, & diviſez le produit 77214200400 par la ſomme 110912400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 4410000 du même nombre 2100 des minutes de l'angle BEC, & le quotient donnera environ 70 pieds pour la ligne EF, comme auparavant.

Si à cette ligne EF, qui a été trouvée de 70 pieds, on ajoûte les 64 pieds de la ligne AE, l'on aura 134 pieds pour toute la ligne AF, laquelle étant ôtée de la hauteur AB, qui a été ſuppoſée de 150

pieds ; on aura 16 pieds pour la hauteur BF qu'on demande.

REMARQUE II.

Si vous voulez auſſi connoître la diſtance de l'autre extrémité D de la ligne propoſée CD, & ſon élevation au deſſus de la baſe B de la hauteur AB ; tirez pareillement par ce point D, la ligne horizontale DH, pour avoir le triangle rectangle EHD, dont le plus grand côté DH repreſentera la diſtance qu'on cherche, que l'on trouvera par le moyen de l'hypotenuſe DE, qui a été trouvée de 132 pieds, & du plus petit angle EDH, qui ſera de 25 degrez, ou de 1500 minutes, comme étant le complement de l'angle DEH, qui eſt de 65 degrez, en cette ſorte.

Ayant multiplié par 10320 la racine quarrée 9988 de l'excez 99752400 de ce deuxiéme nombre 106502400 ſur le triple 6750000 du quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle HDE, & ayant ôté du produit 103076160 le double 4500000 du même quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle HDE ; multipliez le reſte 98,76160 par le nombre 132 des pieds de l'hypotenuſe DE, pour avoir ce produit 13012053120, le-

quel étant diviſé par la ſomme 108752400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 2250000 du même nombre 1500 des minutes de l'angle HDE, le quotient donnera environ 120 pieds pour la diſtance DH qu'on cherche.

Pour connoître l'élevation BH du même point D, & au deſſus de la baſe B de la hauteur AB, nous chercherons auparavant la ligne EH, qui eſt le plus petit côté du même triangle rectangle EHD, dont on connoît l'hypotenuſe DE de 132 pieds, & le plus petit angle HDE de 25 degrez, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce nombre 20640 la racine quarrée 9988 de l'excez 99752400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 6750000 du quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle HDE, & ayant multiplié la ſomme 30628 par le même nombre 1500 des minutes de l'angle HDE; multipliez encore le produit 45942000 par le nombre 132 des pieds de l'hypotenuſe DE, pour avoir cet autre produit 6064344000, lequel, étant diviſé par la ſomme 108752400 du ſecond nombre 106502400 & du même quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle HDE, le quotient donnera 55 pieds pour la ligne EH qu'on cherche.

Si à cette ligne EH ainſi trouvée de 55 pieds, on ajoûte les 64 pieds de la ligne AE, la ſomme donnera 119 pieds pour la ligne AH, laquelle étant ôtée de toute la ligne AB, qui a été ſuppoſée de 150 pieds, il reſtera 31 pieds pour la hauteur BH qu'on demande.

REMARQUE III.

On peut par le moyen de ces lignes ainſi trouvées, connoître autrement qu'auparavant la longueur de la ligne propoſée CD, en tirant par ſon extrémité D, la ligne DG perpendiculaire à la ligne horizontale FG, & en raiſonnant de la ſorte.

Parce que la diſtance DH a été trouvée de 120 pieds, ſon égale FG ſera auſſi de 120 pieds, d'où ôtant la diſtance CF, qui a été trouvée de 49 pieds, il reſtera 71 pieds pour la ligne CG: & de même parce que la hauteur BF a été trouvée de 16 pieds, ſi on l'ôte de la hauteur BH, que nous avons trouvée de 31 pieds, il reſtera 15 pieds pour la ligne FH, ou DG ſon égale. Ainſi connoiſſant les deux côtez CG, DG, du triangle rectangle CGD, l'on pourra connoître l'hypotenuſe CD, en ajoûtant au quarré 5041 du côté CG, qui eſt de 71 pieds, le quarré 225 de l'au-

tre côté DG, qui eſt de 15 pieds, pour avoir cette ſomme 5266, dont la racine quarrée donnera environ 73 pieds pour la ligne propoſée CD, comme auparavant.

REMARQUE IV.

Enfin ſi vous voulez ſçavoir de combien de degrez la ligne propoſée CD eſt inclinée ou élevée au deſſus du Plan de l'horizon, laquelle inclinaiſon eſt repreſentée par l'angle DCG, cet angle GCD ſe pourra connoître dans le triangle rectangle CGD, dont on connoît les deux côtez CG, DG, & l'hypotenuſe CD, en cette ſorte.

Ayant multiplié le plus petit côté DG, ſçavoir 15, toujours par 172, diviſez le produit 2580 par la ſomme 217 de l'autre côté CG, qui eſt de 71 pieds, & du double 146 de l'hypotenuſe CD, qui a été trouvée de 73 pieds, & le quotient donnera 11 degrez & environ 53 minutes pour l'angle CDG qu'on cherche.

PROBLEME IX.

Mesurer d'embas une hauteur accessible, lorsque le terrain est horizontal.

SI la hauteur à mesurer AB est accessible, en sorte que l'on puisse approcher de sa base B, & mesurer avec un cordeau la distance BC de la même base B au point C de station, pris à volonté sur le terrain BC, que je suppose horizontal, en sorte que l'angle ABC soit droit; on pourra connoître cette hauteur AB, en cette sorte.

Aprés avoir donc mesuré avec un cordeau la distance BC, qui soit par exemple de 120 pieds, & avec un Graphometre l'angle visuel ADE, qui se fait au centre D du Graphometre élevé à plomb sur le point C, par le rayon visuel AD, & par la ligne horizontale DE, laquelle étant égale à la ligne BC, sera aussi de 120 pieds: en sorte que cet

cet angle visuel ADE soit par exemple de 40 degrez, ou de 2400 minutes ; servez vous de cet angle qui est le plus petit des trois angles du triangle rectangle AED, dont le plus grand côté DE est de 120 pieds, à trouver l'autre côté AE, comme il a été enseigné, & comme nous allons enseigner encore icy, pour une plus grande facilité.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 10320 la racine quarrée 18891 de l'excez 356889600 de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle ADE : & ayant multiplié la somme 2921 par le même nombre 2400 des minutes de l'angle ADE ; multipliez encore le produit 70106400 par le nombre 120 des pieds de la ligne DE, pour avoir cet autre produit 8412768000, lequel étant divisé par l'excez 83462400 de ce troisiéme nombre 106502400 sur le quadruple 23040000 du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle ADE, le quotient donnera environ 101 pieds pour la ligne AE qu'on cherche : à laquelle si l'on ajoûte 4 pieds pour la ligne CD, ou BE son égale, si elle est de cette grandeur, on aura 105 pieds pour la hauteur proposée AB.

REMARQUE.

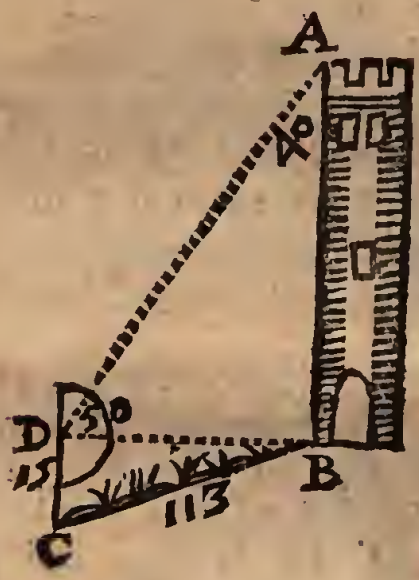
On peut connoître la ligne AE sans aucun calcul, en choisissant, si cela se peut, le point de station C, tellement éloigné de la base B de la hauteur à mesurer AB, que l'angle visuel ADE soit demi-droit, ou de 45 degrez : car dans ce cas la ligne AE sera connuë, parce qu'elle sera égale à la ligne BC, qui se peut mesurer avec un cordeau.

PROBLEME X.

Mesurer d'enbas une hauteur accessible, lorsque le terrain est incliné à l'horizon, & qu'il va en descendant depuis la base de la hauteur à mesurer.

Si le terrain n'est pas horizontal, en sorte que l'angle ABC soit obtus, à cause du terrain qui va en descendant depuis la base B de la hauteur à mesurer AB ; l'on mesurera comme auparavant, avec un cordeau la ligne BC, qui soit par exemple, de 113 pieds, aprés quoy on élevera perpendiculairement au point C de station, le centre D du Graphometre, jusqu'à ce que ce centre soit au niveau de

la baſe B de la hauteur AB, en ſorte que la ligne BD ſoit horizontale, que l'on connoîtra en meſurant la ligne CD, que nous ſuppoſerons de 15 pieds, & en ôtant le quarré 225 de cette ligne CD du quarré 12769 de la ligne BC, qui a été ſup-



poſée de 113 pieds : car la racine quarrée du reſte donnera 112 pieds pour la ligne horizontale BD.

Cette ligne BD étant ainſi connuë de 112 pieds, on meſurera avec le Graphometre l'angle viſuel ADB, qui ſoit par exemple de 50 degrez, auquel cas ſon complement, ou l'angle A ſera de 40 degrez, ou de 2400 minutes, lequel étant le plus petit angle du triangle re-

ctangle ABD, ſervira conjointement avec le plus petit côté BD de 112 pieds, à connoître l'autre côté AB, en cette ſorte.

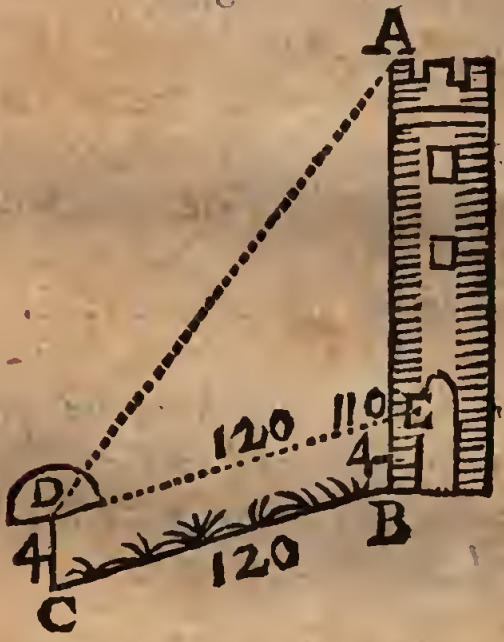
lAyant ôté ce premier nombre 10320 de la racine quarrée 18891 de l'excez356889600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle A: & ayant multiplié le reſte 8571 par le nombre 112 des pieds du côté BD; diviſez le produit 959952 par le triple 7200 du même nombre 2400 des minutes de l'angle A, & le quotient donnera 133 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

REMARQUE I.

Si vous voulez connoître l'inclinaiſon du terrain BC au deſſous du Plan de l'horizon, ſçavoir l'angle DBC, qui eſt le plus petit angle du triangle rectangle BDC; multipliez le nombre 15 des pieds du plus petit côté CD, toujours par 172, & diviſez le produit 2580 par la ſomme 338 de l'autre côté BD, qui a été trouvé de 112 pieds, & du double 226 de l'hypotenuſe BC, qui a été ſuppoſée de 113 pieds, & le quotient donnera 7 degrez, & environ 38 minutes pour l'inclinaiſon que l'on demande.

REMARQUE II.

Si vous ne pouvez pas commodément élever le centre D du Graphometre au niveau de la baſe B de la hauteur à meſurer AB, élevez-le comme vous pourrez, par exemple de 4 pieds, en ſorte que la ligne CD ſoit d'autant : & ayant pris auſſi 4 pieds ſur la hauteur AB, depuis ſa baſe B en E, tirez par penſée de



ce point E, au point D, la ligne DE, qui ſera égale & paralelle à la ligne BC, laquelle étant connuë, parce qu'on la peut meſurer avec un cordeau, la ligne DE

ſera auſſi connuë, comme de 120 pieds.

Aprés cela meſurez avec le Graphometre l'angle obtus EDC, qui ſoit par exemple de 110 degrez, auquel cas l'angle AED ſera auſſi de 110 degrez. Meſurez auſſi avec le même Graphometre l'angle ADE, que nous ſuppoſerons de 40 degrez, auquel cas le troiſiéme angle A ſera de 30 degrez, comme étant le reſte à 180 degrez des deux precedens.

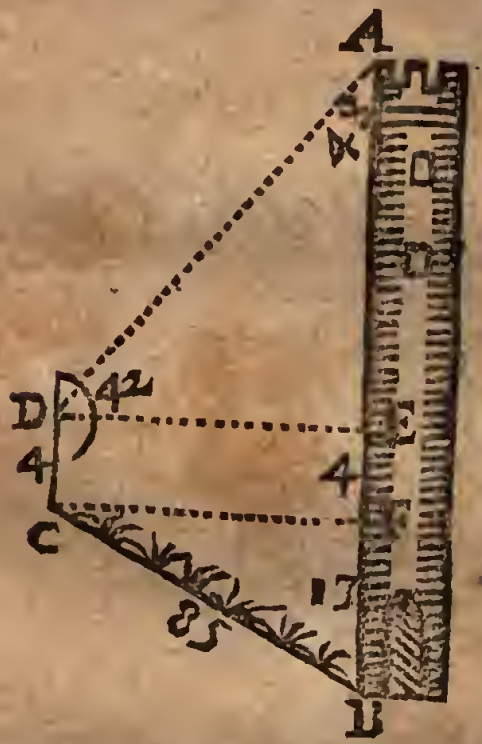
Cette preparation étant faite, l'on pourra connoître dans le triangle obliquangle ADE, dont on connoît les angles & le côté DE, le côté AE, qui ſe trouvera de 154 pieds, auquel ajoûtant les 4 pieds de la ligne BE, l'on aura 158 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

PROBLEME XI.

Meſurer d'enbas une hauteur acceſſible, lorſque le terrain eſt incliné à l'horizon, & qu'il va en montant depuis la baſe de la hauteur à meſurer.

SI le terrain n'eſt pas horizontal, en ſorte que l'angle ABC ſoit aigu, à cauſe du terrain qui va en montant depuis la baſe B de la hauteur à meſurer AB ; l'on tirera par penſée non ſeulement

du centre D du Graphometre, que je ſuppoſe, comme auparavant, élevé perpendiculairement au haut du point de ſtation C, de 4 pieds, la ligne horizontale DE, pour meſurer avec le même Graphometre la quantité de l'angle viſuel ADE, que nous ſuppoſerons de 42 degrez. Mais encore par le même point de ſtation C, la ligne horizontale CF, qui ſera égale & paralelle à la premiere



DE ; & ayant remarqué ſur la hauteur AB, le point où cette horizontale CF la rencontre, comme F, meſurez la ligne

BF, qui ſoit, par exemple de 13 pieds; à laquelle ajoûtant les 4 pieds de la ligne EF, ou CD ſon égale, on aura 17 pieds pour toute la ligne BE.

Meſurez encore avec un cordeau, ou autrement la ligne BC, que nous ſuppoſerons de 85 pieds, & ôtez de ſon quarré 7225 le quarré 169 de la ligne BF, qui a été ſuppoſée de 13 pieds, pour avoir au reſte ce nombre 7056, dont la racine quarrée donnera 84 pieds pour la quantité de la ligne CF, ou DE ſon égale; & dans le triangle rectangle AED, connoiſſant le plus petit angle D de 42 degrez, ou de 2520 minutes, & le plus grand côté DE de 84 pieds, on pourra facilement connoître l'autre côté AE, comme vous allez voir.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 10320, la racine quarrée 18703 de l'excez 349804800 de ce 2. nombre 426009600 ſur le dodecuple 76204800 du quarré 6350400 du nombre 2520 des minutes de l'angle ADE & ayant multiplié la ſomme 29023 par le même nombre 2520 des minutes de l'angle ADE; multipliez encore le produit 73137960 par le nombre 84 des pieds du côté DE, pour avoir cet autre produit 6143588640, lequel étant diviſé par l'excez 81160800 de ce troiſié-

me nombre 106502400 sur le quadruple 25401600 du quarré 6350400 du même nombre 2520 des minutes de l'angle ADE, le quotient donnera 75 pieds pour le côté AE qu'on cherche, auquel si l'on ajoûte les 17 pieds de la ligne BE, la somme donnera 92 pieds pour la hauteur proposée AB.

REMARQUE.

Si vous voulez connoître l'inclinaison du terrain au dessus du Plan de l'horizon, ou pour le moins au dessus de la base B de la hauteur AB, sçavoir l'angle BCF ; multipliez le plus petit côté BF du triangle rectangle BFC, sçavoir 13, toujours par 172, & divisez le produit 2236, qui represente autant de degrez, par la somme 254 de l'autte côté CF, qui a été trouvé de 84 pieds, & du double 170 de l'hypotenuse BC, que nous avons supposée de 85 pieds, & le quotient donnera 8 degrez & environ 48 minutes pour l'inclinaison que l'on demande.

REMARQUE II.

Cette inclinaison se peut trouver autrement, & l'on peut aussi autrement me-

ſurer en même temps la hauteur AB, ſçavoir par une methode tout à fait ſemblable à celle que nous avons enſeignée dans la ſeconde remarque du Probleme precedent, ſans qu'il ſoit beſoin d'en parler davantage, pour le moins à l'égard de la hauteur AB : car pour ce qui eſt de l'inclinaiſon, il eſt évident qu'elle eſt égale au complement de l'angle ABC, &c.

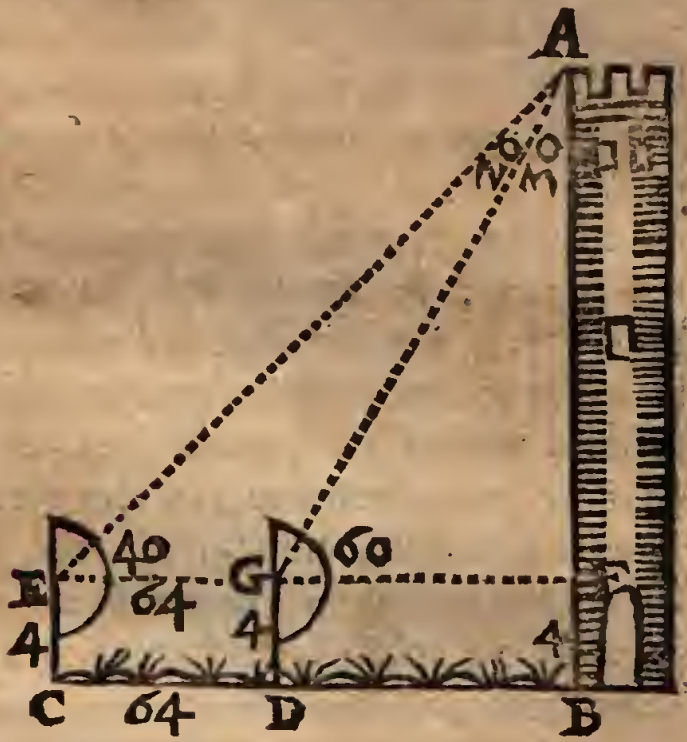
PROBLEME XII.

Meſurer d'embas une hauteur inacceſſible, lorſque le terrain eſt horizontal.

SI l'on ne peut pas voir la baſe B de la hauteur à meſurer AB, comme il arrive bien ſouvent, comme quand on cherche la hauteur d'une montagne, ou bien la hauteur d'une cheminée, ou d'une tour ſcituée entre des maiſons; il faudra dans ce cas faire deux ſtations telles que l'on voudra ſur le terrain horizontal en ligne droite avec la baſe B, comme C, D, qui doivent être tellement éloignées entr'elles, & de la hauteur AB, que le plus grand angle viſuel AGF ne ſoit pas trop grand, & que la difference des deux angles viſuels AEF, AGF, ne ſoit pas trop petite, autrement ſi cette difference étoit

bien petite, ce qui arrivera lors que la distance CD sera aussi bien petite, une petite erreur que l'on commettroit dans la mesure des angles visuels, en causeroit une considerable dans la mesure de la hauteur proposée AB, parce que dans ce cas les rayons visuels AE, AG, se couperont trop obliquement.

Si l'on suppose l'angle visuel AEF de 40 degrez, & l'autre angle visuel AGE



de 60 degrez, leur difference, ou l'angle EAG sera de 20 degrez : & si l'on suppose la distance CD des deux stations de

64 pieds, la ligne EG ſon égale ſera auſſi de 64 pieds. Ainſi dans le triangle obliquangle AGE, connoiſſant les angles & le côté EG, l'on pourra connoître le côté AG, qui ſe trouvera de 120 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle AFG, dont le plus petit angle FAG eſt de 30 degrez, ſçavoir le complement de l'angle viſuel AGF, qui a été ſuppoſé de 60 degrez, ſervira pour connoître l'autre côté AF, en cette ſorte.

Ayant multiplié la racine quarrée 9838 de l'excez 96782400 de ce premier nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle FAG, par ce ſecond nombre 10320 : & ayant ôté du produit 101528160 le double 6480000 du même quarré 3240000 du nombre 1800 des mites de l'angle FAG ; multipliez le reſte 95048160 par le nombre 120 des pieds de l'hypotenuſe AG, pour avoir cet autre produit 11405779200, lequel étant diviſé par la ſomme 109842400 du premier nombre 106502400, & du quarré 3240000 du même nombre 1800 des minutes de l'angle FAG, le quotient donnera 104 pour le côté AF, qu'on cherche ; auquel ſi l'on ajoûte 4 pieds pour la ligne BF, ou DG ſon égale, ſi elle eſt d'autant, on aura

108 pieds pour la hauteur proposée AB.

Ou bien l'on pourra connoître dans le même triangle obliquangle EAG, dont le plus grand angle AGE est de 120 degrez, sçavoir le reste à 180 degrez de l'angle visuel AGF, qui a été supposé de 60 degrez; on pourra, dis-je, connoître le côté AE, que l'on trouvera de 162 pieds, lequel étant l'hypotenuse du triangle rectangle AFE, dont le plus petit angle AEF a été supposé de 40 degrez, ou de 2400 minutes, servira pour trouver le plus petit côté AF, en cette sorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 20640, la racine quarrée 9446 de l'excez 89222400 de ce second nombre 106502400 sur le triple 17280000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle AEF: & ayant multiplié la somme 30086 par le même nombre 2400 des min. de l'angle AEF; multipliez encore le produit 72206400 par le nombre 162 des pieds de l'hypotenuse AE, pour avoir ce second produit 11697436800, lequel étant divisé par la somme 112262400 du second nombre 106502400, & du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle AEF, le quotient donnera environ 104 pieds pour la quantité du côté AF, qu'on cherche, comme auparavant.

ſeront pareillement égales entr'elles ; & alors pour trouver le côté AF, on multipliera la ligne CD par elle-même, pour avoir ſon quarré, & l'on prendra la racine quarrée de la moitié de ce quarré. Comme ſi la ligne CD ſe trouve de 150 pieds, ſon quarré ſera 22500, & la moitié de ce quarré ſera 11250, dont la racine quarrée donnera 106 pieds pour la ligne AF.

REMARQUE III.

Une ſeule ſtation ſuffira pour connoître la hauteur AB, lorſque ſa baſe B ſera viſible, & que le point de ſtation C ſera au niveau de cette baſe B, parce que dans ce cas on pourra connoître la diſtance BC, comme ſi la hauteur AB étoit acceſſible : ſçavoir en meſurant l'angle CDB, qui ſoit par exemple de 80 degrez, auquel cas ſon complement, ou l'angle CBD ſera de 10 degrez, ou de 600 minutes, par le moyen duquel & de la ligne CD, que nous ſuppoſerons de 6 pieds, on pourra connoître la ligne BC, en cette ſorte.

Ayant ôté ce premier nombre 10320 de la racine quarrée 20535 de l'excez 421689600 de ce ſec. nombre 426009600

ſur le dodecuple 4320000 du quarré 360000 du nombre 600 des minutes de l'angle CBD : & ayant multiplié le reſte 10215 par le nombre 6 des pieds de la ligne CD ; diviſez le produit 61290 par le triple 1800 du même nombre 600 des minutes de l'angle CBD ; & le quotient donnera 34 pieds pour la ligne BC qu'on cherche.

Cette ligne BC étant ainſi connuë, la ligne DF, qui luy eſt égale, parce qu'on

la ſuppoſe horizontale, ſera auſſi connuë, ſçavoir de 34 pieds : c'eſt pourquoy ſi l'on

l'on mesure avec le Graphometre l'angle visuel ADF, qui soit par exemple de 50 degrez, son complement, ou l'angle DAF sera de 40 degrez, par le moyen duquel & du côté DF, on pourra connoître l'autre côté AF, en cette sorte.

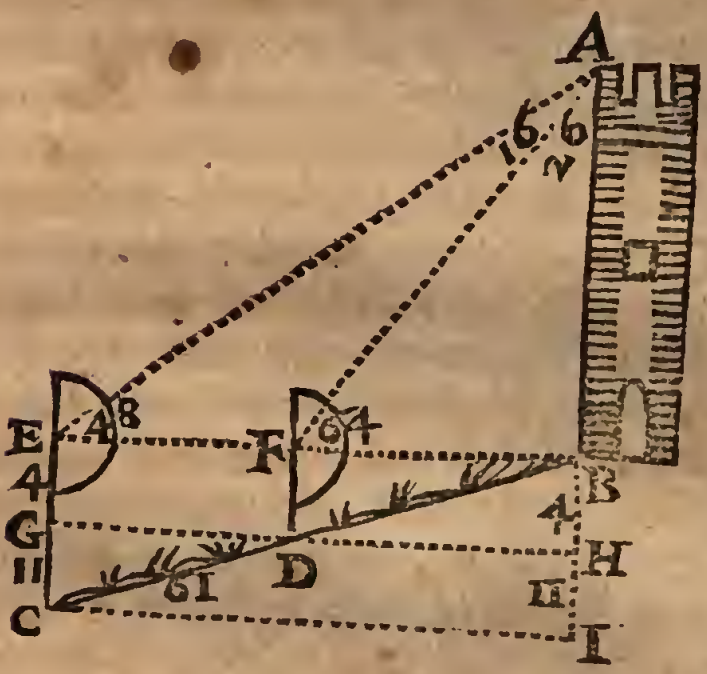
Ayant ôté ce premier nombre 10320 de la racine quarrée 18891 de l'excez 356889600 de ce sec. nombre 426009600 sur le dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle *A* : & ayant multiplié le reste 8571 par le nombre 34 des pieds du côté DF, divisez le produit 291414 par le triple 7200 du même nombre 2400 des minutes de l'angle A, & le quotient donnera environ 40 pieds pour la ligne AF, à laquelle si l'on ajoûte les 6 pieds de la ligne BF, ou CD son égale, on aura 46 pieds pour la hauteur proposée AB.

REMARQUE IV.

Si dans la même supposition de la base B visible, on prend le point de station C tellement éloigné de cette base, que l'angle visuel ADF soit de 60 degr. le côté AF se pourra connoître plus facilement qu'auparavant, sçavoir en prenant la racine quarrée de la troisiéme partie du quarré

point C, ſçavoir EC, doit être pris de telle longueur, que ſon extrémité E d'enhaut ſoit au niveau de la baſe B, enſorte que la ligne BE ſoit horizontale, & celuy du point D, ſçavoir FD, doit être de telle grandeur, que ſon extrémité F ſe rencontre dans la même ligne horizontale BE.

Cette preparation étant faite, ayant



placé le centre du Graphometre au point E, l'on meſurera l'angle viſuel AEB, qui ſoit par exemple de 48 degrez: & ayant de même placé le centre du Graphometre au point F, l'on meſurera l'angle vi-

ſuel AFE, que nous ſoppoſerons de 64 degrez. On meſurera auſſi la longueur des deux piquets EC, FD, & la diſtance CD des deux ſtations, qui ne ſera plus égale à la ligne EF, parce que ces deux lignes EF, CD, ne ſont pas paralelles, mais plus grande que la ligne EF, comme l'on connoît en rirant par le point de ſtation D, la ligne horizontale GH, dont la partie GD, ou EF ſon égale eſt bien moindre que la ligne CD, qui eſt l'hypotenuſe du triangle rectangle CGD.

Nous ſuppoſerons la diſtance CD de 61 pieds, le piquet EC de 15 pieds, & l'autre piquet FD de 4 pieds, auquel cas la ligne EG ſera auſſi de 4 pieds, & la ligne CG par conſequent de 11 pieds, dont le quarré 121 étant ôté du quarré 3721 de l'hypotenuſe CD, qui a été ſuppoſé de 61 pieds, la racine quarrée du reſte 3600 donnera 60 pieds pour la ligne GD, ou EF ſon égale. Ainſi dans le triangle obliquangle AFE, connoiſſant les angles, & le côté EF, l'on pourra connoître le côté AF, qui ſe trouvera de 162 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle ABF, dont le plus petit angle BAF eſt de 26 degrez, ſçavoir le complement de l'angle viſuel AFB, qui a été ſuppoſé de 64 degrez, ſervira pour trou-

ver la hauteur proposée AB, qui est le plus grand des deux côtez du même triangle rectangle ABF, en cette sorte.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320 la racine quarrée 9960 de l'excez 99201600 de ce second nombre 106502400 sur le triple 7300800 du quarré 2433600 du nombre 1560 des minutes de l'angle BAF, & ayant ôté du produit 102787200 le double 4867200 du même quarré 2433600 du nombre 1560 des minutes de l'angle BAF; multipliez le reste 97920000 par le nombre 162 des pieds de l'hypotenuse AF, pour avoir cet autre produit 15863040000, lequel étant divisé par la somme 108936000 du second nombre 106502400, & du quarré 2433600 du même nombre 1560 des minutes de l'angle BAF, le quotient donnera 146 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

Ou bien dans le même triangle obliquangle AEF, dont l'angle AFE est de 16 degrez, sçavoir le reste à 180 degrez de l'angle visuel AFB, qui a été supposé de 64 degrez; on pourra connoître le côté AE, qui se trouvera de 196 pieds, lequel étant l'hypotenuse du triangle rectangle ABE, dont le plus petit angle BAE est de 42 degrez, servira pour trouver de la même façon qu'auparavant le plus grand

côté, ou la hauteur proposée AB, comme vous allez voir.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320 la racine quarrée 9351 de l'excez 87451200 de ce second nombre 106502400 sur le triple 19051200 du quarré 6350400 du nombre 2520 des minutes de l'angle BAE : & ayant ôté du produit 96502320 le double 12700800 du même quarré 6350400 du nombre 2520 des minutes de l'angle BAE ; multipliez le reste 83801520 par le nombre 196 des pieds de l'hypotenuse AE, pour avoir cet autre produit 16425097920, lequel étant divisé par la somme 112852800 du second nombre 106502400, & du quarré 6350400 du même nombre 2520 des minutes de l'angle BAE, le quotient donnera 146 pieds, comme auparavant, pour la hauteur AB qu'on cherche.

REMARQUE I.

Il est évident, que si la hauteur AB ainsi trouvée de 146 pieds, on ajoûte les 4 pieds du piquet FD, l'on aura 150 pieds pour la hauteur du sommet A au dessus du point de station D : & que si à la même hauteur AB de 146 pieds, on ajoûte les 15 pieds de l'autre piquet EC, l'on

aura 161 pieds pour la hauteur du même sommet A au dessus de l'autre point de station C, comme l'on connoîtra en tirant par les deux points de station C, D, les deux lignes horizontales CI, DH, &c.

REMARQUE II.

Il est évident aussi que pour connoître la distance du point de station C, à la base B de la hauteur AB, il n'y a qu'à ajoûter les 61 pieds de la ligne CD à la ligne BD; quand on aura connu cette ligne BD, en cette sorte.

Parce que les quatre lignes CG, DG, FD, BD, sont proportionnelles, à cause des deux triangles équiangles CGD, DFB, & que les trois premieres CG, CD, FD, sont connuës, on trouvera la quatriéme BD, en multipliant la deuxiéme CD par la troisiéme FD, c'est à dire 61 par 4, & en divisant le produit 244 par la premiere CG, sçavoir par 11; car le quotient donnera 22 pieds & $\frac{2}{11}$ pour la quatriéme BD, à laquelle si l'on ajoûte les 61 pieds de la ligne CD, l'on aura 83 pieds & $\frac{2}{11}$ pour la distance BC qu'on cherche.

On pourra connoître de la même façon la ligne BF, qui est quatriéme proportionnelle aux trois CG, DG, DF, que l'on con-

noît : car si l'on multiplie la deuxiéme DG par la troisiéme DF, c'est à dire 60 par 4, & qu'on divise le produit 240 par la premiere CG, sçavoir par 11, le quotient donnera 21 pieds & $\frac{9}{11}$ pour la ligne BF qu'on demande, à laquelle si l'on ajoûte les 60 pieds de la ligne EF, l'on aura 81 pieds & $\frac{9}{11}$ pour la ligne BE.

REMARQUE IV.

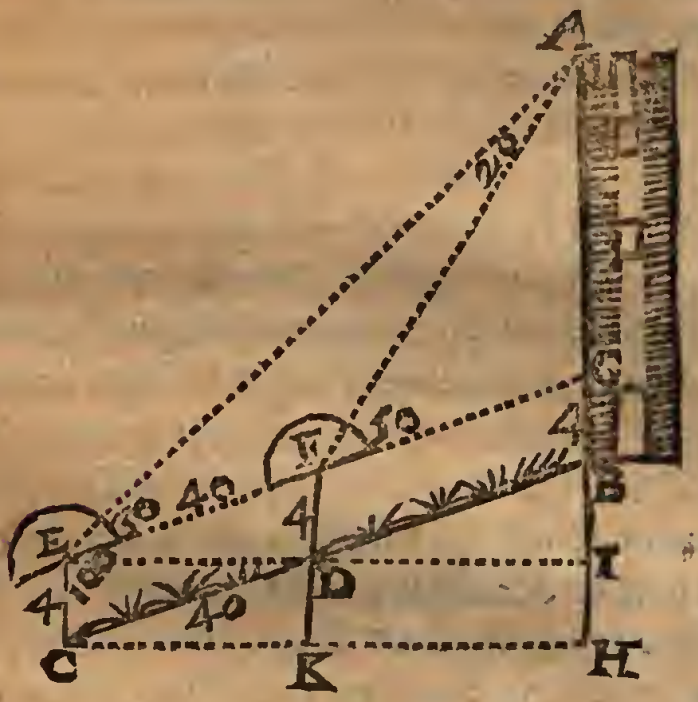
On pourra aussi connoître, si l'on veut, l'inclinaison du terrain BC au dessous du Plan de l'horizon, sçavoir l'angle EBC, qui est égal à l'angle GDC, que l'on trouvera dans le triangle rectangle CGD, en multipliant le plus petit côté CG, qui est de 11 pieds, toujours par 172, & en divisant le produit 1892, qui represente autant de degrez, par la somme 182 de l'autre côté DG, qui a été trouvé de 60 pieds, & du double 122 de l'hypotenuse CD, qui a été supposée de 61 pieds : car le quotient donnera 10 degrez & 2 minutes pour l'angle qu'on cherche.

REMARQUE V.

Il arrive rarement que la base d'une hauteur inaccessible se puisse voir : ainsi nous

nous devons enſeigner icy la maniere de meſurer une ſemblable hauteur, comme AB, quand ſa baſe B eſt cachée, laquelle maniere peut ſervir auſſi, pour le cas auquel cette baſe B ſera viſible, comme vous allez voir.

Elevez à plomb ſur les deux points de ſtation C, D, deux piquets égaux entr'eux, & d'une grandeur volontaire, comme CE, DF, dont chacun ſera ſup-



poſé de 4 pieds : & en imaginant par leurs extrémitez E, F, la droite EFG, qui ſera paralelle & égale à la ligne BC; meſurez avec le Graphometre, dont le

diametre doit convenir avec la ligne EG, la quantité des deux angles visuels AEG, AFG, dont le premier AEG sera supposé de 30 degrez, & le dernier AFG de 50 degrez, auquel cas leur difference, ou l'angle EAF sera de 20 degrez. Mesurez aussi avec le même Graphometre, dont le diametre doit répondre à la ligne CE, l'angle visuel CED, qui soit par exemple de 100 degrez, & avec un cordeau la ligne CD, que nous supposerons de 40 pieds.

Cette preparation étant faite, l'on cherchera dans le triangle obliquangle CED, dont on connoît les deux côtez EC, CD, & l'angle CED, l'angle CDE, égal à l'angle DEF, qui se trouvera de 5 degrez & 39 minutes, auquel ajoûtant les 100 degrez de l'angle CED, l'on aura 105 degrez & 39 minutes pour tout l'angle CEF égal à l'angle AGF. Ainsi connoissant les deux angles F, G, du triangle obliquangle AFG, si l'on ôte leur somme 155 degrez & 39 minutes de 180 degrez, on aura 24 degrez & 21 minutes pour le troisiéme angle BAF, auquel ajoûtant les 20 degrez de l'angle EAF, l'on aura 44 degrez & 21 minutes pour tout l'angle BAE, ou GAE.

Tous ces angles étant ainsi connus,

on pourra connoître dans le triangle obliquangle AEF, dans lequel outre les angles on connoît le côté EF de 40 pieds; on pourra, dis-je, connoître le côté AF, qui se trouvera de 58 pieds: ou bien le côté AE, qui se trouvera de 89 pieds; & dans celuy qu'on voudra des deux triangles obliquangles AGE, AGF, l'on pourra connoître le côté AG, que l'on trouvera de 46 pieds, auquel ajoûtant les 4 pieds de la ligne BG, ou CE son égale, on aura 50 pieds pour la quantité de la hauteur inaccessible AB, qu'on cherche.

REMARQUE VI.

Si vous voulez sçavoir la distance des deux points de station C, D, à la base invisible B, & à la hauteur AB, & l'abaissement de ces deux points au dessous de la base B; ayant tiré par ces deux mêmes points de station C, D, les droites CH, DI, perpendiculaires à la hauteur AB prolongée en bas, continuez la ligne DF, en K, & achevez le reste en cette sorte.

Cherchez en premier lieu dans le triangle obliquangle AGF, la ligne FG égale à la ligne BD, qui se trouvera de 25 pieds, pour la distance du point de station

D à la baſe B : à laquelle diſtance BD, ſi l'on ajoûte les 40 pieds de la diſtance CD des deux ſtations, on aura 65 pieds pour la diſtance BC de l'autre point de ſtation C, à la même baſe B.

Aïant ajoûté ce premier nombre 20640, à la racine quarrée 10191 de l'excez 103857237 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 2645163 du quarré 881721 du nombre 939 des minutes de l'angle BCH ; & ayant multiplié la ſomme 30831 par le même nombre 939 des minutes de l'angle BCH ; multipliez encore le produit 28950309 par le nombre 65 des pieds de l'hypotenuſe BC, pour avoir cet autre produit 1881770085, lequel étant diviſé par la ſomme 107384121 du ſecond nombre 106502400, & du même quarré 881721 du nombre 939 des minutes de l'angle BCH, le quotient donnera environ 18 pieds pour le plus petit côté BC qu'on cherche, dont le quarré 324 étant ôté du quarré 4225 de l'hypotenuſe BC, qui a été trouvée de 65 pieds, la racine quarrée du reſte 3901 donnera 62 pieds pour le plus grand côté CH, ou pour la diſtance perpendiculaire du point de ſtation C, à la hauteur AB.

C'eſt de la même façon que l'on trouvera les deux côtez BI, DI, du triangle

rectangle DIB, dont l'hypotenuſe BD a été trouvée de 25 pieds, & dont les angles ſont les mêmes que ceux du triangle rectangle DHB. Mais parce que ces deux triangles ſont équiangles, & que le côté DI eſt quatriéme proportionnel aux trois lignes BC, CH, BD, qui ſont connuës, on pourra connoître plus facilement ce côté DI, en cette ſorte.

Multipliez la ligne BD, par la ligne CH, c'eſt à dire 25 par 62, & diviſez le produit 1550 par la ligne BC, ſçavoir par 65, & le quotient donnera environ 24 pieds pour le côté DI, ou pour la diſtance perpendiculaire du point de ſtation D, à la hauteur AB : c'eſt pourquoy ſi du quarré 625 de l'hypotenuſe BD, ou de 25, on ôte le quarré 576 du côté DI, ou de 24, la racine quarrée du reſte 49, donnera 7 pieds, pour l'autre côté BI, ou pour l'abaiſſement du même point de ſtation D, au deſſous de la baſe B, &c.

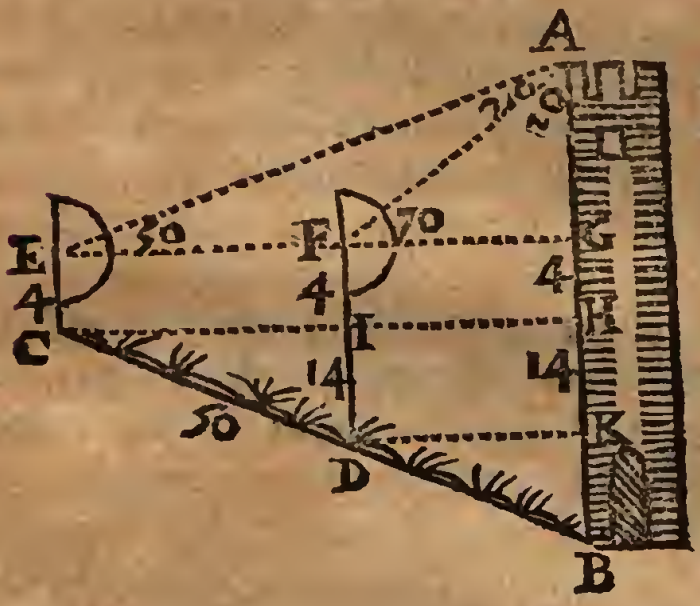
PROBLEME XIV.

Meſurer d'embas une hauteur inacceſſible, lorſque le terrain eſt incliné à l'horizon, & qu'il va en montant depuis la baſe de la hauteur à meſurer.

SI le terrain n'eſt pas horizontal, en ſorte que l'angle ABC ſoit aigu, à cauſe du terrain BC, qui va en montant depuis la baſe B, de la hauteur à meſurer AB, laquelle baſe B je ſuppoſe cachée, comme il arrive ordinairement à de ſemblables hauteurs inacceſſibles ; on pourra connoître cette hauteur AB, en prenant, comme dans les deux Problemes precedens, à volonté ſur le terrain BC, les deux points de ſtation C, D, & en imaginant par le point C le plus éloigné de la hauteur AB, la ligne horizontale CH, aprés quoy on travaillera ainſi.

Elevez à plomb ſur les deux points de ſtation C, D, les deux piquets EC, DF, de telle longueur, que la ligne droite EFG menées par leurs extrémitez E, F, d'enhaut, ſoit horizontale, afin qu'ayant placé le centre du Graphometre à ces deux extrémitez E, F, l'on puiſſe meſurer avec le même Graphometre les deux angles

viſuels AEG, AFG, que nous ſuppoſerons d'autant de degrez que vous les voyez marquez dans la Figure. Poûr le piquet EC, nous le ſuppoſerons de 4 pieds, & l'autre piquet FD de 18 pieds, d'où ôtant les 4 pieds de la ligne FI, ou CE ſon égale, il reſtera 14 pieds pour la ligne DI, dont le quarré 196 étant ôté du quarré 2500 de la ligne CD, que je ſuppoſe



de 50 pieds, la racine quarrée du reſte 2304 donnera 48 pieds pour la ligne CI, ou EF ſon égale, laquelle étant ainſi connuë de 48 pieds, on pourra connoître dans le triangle obliquangle AEF, dont outre le côté EF, les angles ſont auſſi connus, le côté AF, qui ſe trouvera de

107 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle AGF, dont le plus petit angle FAG, eſt de 20 degrez, ſçavoir le complement de l'angle viſuel AFG, qui a été ſuppoſé de 70 degrez, ſervira pour trouver le plus grand côté AG, en cette ſorte.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320 la racine quarrée 10108 de l'excez 102182400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 4320000 du quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle FAG : & ayant oſté du produit 104314560 le double 2880000 du même quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle FAG ; multipliez le reſte 101434560 par le nombre 107 des pieds de l'hypotenuſe AF, pour avoir cet autre produit 10853497920, lequel étant diviſé par la ſomme 107942400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 1440000 du même nombre 1200 des minutes de l'angle FAG, & le quotient donnera environ 101 pieds pour le côté AG qu'on cherche.

Ou bien l'on trouvera dans le même triangle obliquangle AEF, dont l'angle obtus AFE eſt de 110 degrez, ſçavoir le reſte à 180 degrez de l'angle viſuel AFG, qui a été ſuppoſé de 70 degrez; on trou-

vera, dis-je, le côté AE de 132 pieds, & dans le triangle rectangle AGE, dont ce côté AE est l'hypotenuse, & dont le plus petit angle EAG est de 40 degrez, on pourra connoître de la même façon qu'auparavant le plus grand côté AG, comme vous allez voir.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320, la racine quarrée 9446 de l'excez 89222400 de ce sec. nombre 106502400 sur le triple 17280000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des min. de l'angle EAG; & ayant ôté du produit 97482720 le double 11520000 du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle EAG; multipliez le reste 85962720 par le nombre 132 des pieds de l'hypotenuse AE, pour avoir cet autre produit 11347079040, lequel étant divisé par la somme 112262400 du second nombre 106502400, & du quarré 5760000 du même nombre 2400 des minutes de l'angle EAG, le quotient donnera, comme auparavant, 101 pieds pour le côté AG, auquel si l'on ajoûte les 4 pieds de la ligne GH, ou CE son égale, l'on aura 105 pieds pour la ligne AH.

Si du quarré 11449 de la ligne AF, qui a été trouvée de 107 pieds, on ôte le quarré 10201 de la ligne AG, que nous

avons trouvée de 101 pieds, & qu'on prenne la racine quarrée du reſte 1243, l'on aura 35 pieds pour la ligne FG, ou HI ſon ſon égale, à laquelle ſi l'on ajoûte les 48 pieds de la ligne CI, l'on aura 83 pieds pour toute la ligne CH, ou par la diſtance du point de ſtation C, à la hauteur AB.

Parce que la ligne BH eſt quatriéme proportionnelle aux trois CI, CH, DI, qui ſont connuës, ſi l'on multiplie la deuxiéme CH par la troiſiéme DI, c'eſt à dire 83 par 14, & qu'on diviſe le produit 1162 par la premiere CI, ou par 48, le quotient donnera 24 pieds pour la quatriéme BH, à laquelle ajoûtant les 105 pieds de la ligne AH, la ſomme donnera 129 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

REMARQUE

On peut auſſi meſurer une ſemblable hauteur inacceſſible par le moyen de deux piquets égaux, comme vous avez vû au Probleme precedent, ſans qu'il ſoit beſoin de le repeter icy. Je dirai ſeulement que quand on pourra voir des deux points de ſtation C, D, la baſe B de la hauteur AB, cette hauteur AB ſe pourra meſurer

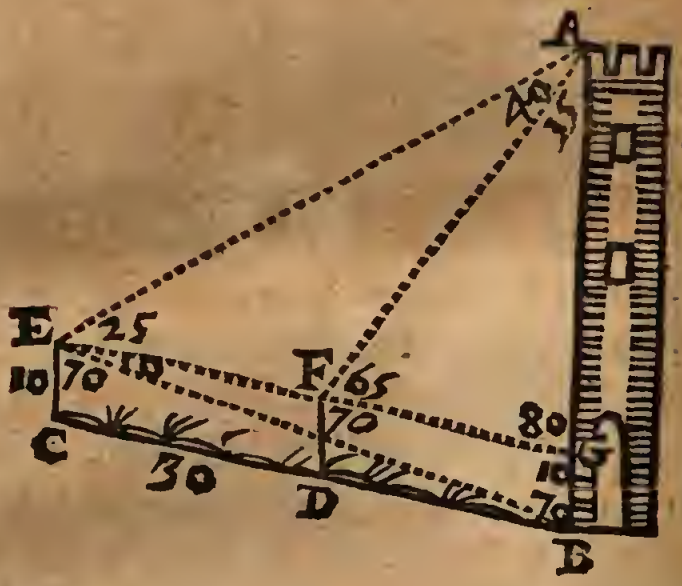
autrement qu'auparavant, comme vous verrez aprés que nous aurons enſeigné la maniere de connoître les diſtances des deux points de ſtation C, D, à la hauteur AB, & à ſa baſe B, & encore l'élevation de ces deux points C, D, au deſſus de la même baſe B.

La diſtance CH du point de ſtation C, à la hauteur AB, a déja été trouvée de 83 pieds, & ſon élevation BH au deſſus de la baſe B de 24 pieds, & auſſi la diſtance DK ou HI de l'autre point D, à la hauteur AB de 35 pieds. Ainſi il reſte ſeulement à connoître les deux diſtances BC, BD, des deux points de ſtation C, D, à la baſe B, & encore l'élevation BK de l'autre point de ſtation D, au deſſus de la baſe B, ce que nous ferons en cette ſorte.

Si de la ligne BH, qui a été trouvée de 24 pieds, on ôte les 14 pieds de la ligne KH, ou DI, ſon égale, le reſte donnera 10 pieds pour l'élevation BK du point de ſtation D, au deſſus de la baſe B : & parce que la ligne BC eſt quatriéme proportionnelle aux trois CI, CH, CD, qui ſont connuës, en multipliant la deuxiéme CH par la troiſiéme CD, c'eſt à dire 83 par 50, & en diviſant le produit 4150 par la premiere CI, ou par 48, le

quotient donnera environ 86 pieds pour la ligne BC, de laquelle si l'on ôte les 50 pieds de la ligne CD, le reste donnera 36 pieds pour la ligne BD.

Maintenant pour connoître la hauteur inaccessible AB, dont la base B soit visible, par le moyen des deux piquets égaux EC, FD, élevez à plomb aux deux points de station C, D, & d'une longueur



volontaire, comme de 10 pieds; faites passer par les extrémitez E, F, de ces deux piquets, la ligne droite EFG, qui sera égale & paralelle à la ligne BC, dont la grandeur se connoîtra premierement en cette sorte.

Mesurez avec un cordeau la distance

CD des deux ſtations, qui ſoit par exemple de 30 pieds, & avec un Graphometre les deux angles CEB, CEG, dont le premier CEB ſera ſuppoſé de 70 degrez, & le dernier CEG de 80 degrez, auquel cas l'angle AGE, ou ABC ſon égal ſera auſſi de 80 degrez, duquel ôtant l'angle ABE, ou CEB ſon égal, qui a été ſuppoſé de 70 degrez, il reſtera 10 degrez pour l'angle CBE, ce qui fait que le troiſiéme angle C, du triangle obliquangle ECB ſera de 100 degrez. Ainſi connoiſſant dans ce triangle, outre les angles, le côté CE, l'on pourra connoître le côté BC, ou GE ſon égal, qui ſe trouvera de 54 pieds, d'où ſi l'on ôte les 30 pieds de la ligne EF, il reſtera 24 pieds pour la ligne FG, laquelle étant ainſi connuë ſervira pour connoître le côté AG dans le triangle obliquangle AGF, dont l'angle AFG ſe peut meſurer avec un demi-cercle: & ſi l'on ſuppoſe cet angle AFG de 65 degrez, le troiſiéme angle FAG ſe trouvera de 35 degrez, & le côté AG ſera de 38 pieds.

Mais ſans aller ſi loin, on pourra connoître le côté AG dans le triangle obliquangle AGE, dont le côté EG a été trouvé de 54 pieds, & dont l'angle AEF ſe peut meſurer avec un Graphometre:

& si on le suppose de 25 degrez, le troisiéme angle EAG se trouvera de 75 degrez, & le côté AG se trouvera, comme auparavant, de 38 pieds, auquel si l'on ajoûte les 10 pieds de la ligne BG, ou CE son égale, ou aura 48 pieds pour la quantité de la hauteur AB qu'on demande, où vous voyez que pour connoître cette hauteur, il n'est pas necessaire de connoître, si l'on ne veut, la distance CD des deux stations, &c.

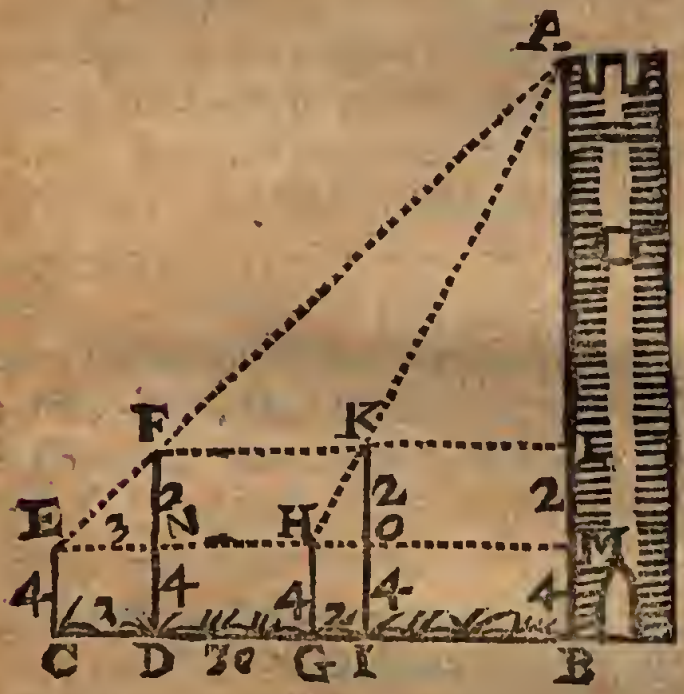
PROBLEME XV.

Mesurer sans Trigonometrie une hauteur inaccessible.

ON peut par le moyen de deux bâtons inégaux, mesurer d'embas une hauteur inaccessible, sans se mettre en peine si le terrain est horizontal, ou bien incliné à l'horizon, pourvû qu'il soit uniforme aux endroits où l'on fait ses stations, qui doivent toujours être en ligne droite avec la base de la hauteur à mesurer, & sans qu'il soit d'aucun calcul de Trigonometrie, comme vous allez voir.

Pour donc mesurer d'embas la hauteur inaccessible AB, élevez à plomb sur le terrain BC, les deux bâtons ou piquets

inégaux EC, FD, d'une longueur volontaire, mais tellement ſcituez, que les trois points C, D, B, ſoient en ligne droite, & que les trois points E, F, A, ſoient auſſi en ligne droite : & meſurez la diſtance CD de ces deux piquets, qui ſoit par exemple de 3 pieds, & la longueur des deux mêmes piquets EC, FD, dont



le premier EC ſera ſuppoſé de 4 pieds, & le dernier FD de 6 pieds, auquel cas leur difference FN, ou KO ſera de 2 pieds, en ſuppoſant que par les deux points E, F, il paſſe les deux lignes EM, FL, paralelles entr'elles, & à la ligne BC.

Choisissez sur la même ligne BC, deux autres points à discretion, comme G, I, pour y élever aussi à plomb les deux piquets HG, KI, égaux aux deux precedens EC, FD, & tellement éloignez entr'eux, que les trois points H, K, A, soient aussi en ligne droite : & mesurez pareillement la distance GI de ces deux piquets, que nous supposerons de deux pieds, & la ligne DG, qui soit par exemple de 30 pieds, auquel cas la ligne DI sera de 32 pieds, & toute la ligne CI par consequent de 35 pieds.

Cette preparation étant faite, l'on considerera que la ligne AL est quatriéme proportionnelle à la difference des deux CD, GI, qui vaut 1, à la ligne DI, qui vaut 32, & à la ligne KO, qui vaut 2, & que par consequent cette ligne AL se trouvera de 64 pieds, à laquelle si l'on ajoûte les 6 pieds de la ligne BL, ou IK son égale, on aura 70 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

Ou bien si l'on considere que la ligne AM est quatriéme proportionnelle à la difference des deux CD, GI, qui vaut 1, à la difference des deux IK, GH, ou KO, qui vaut 2, & à la ligne CG, qui vaut 33, l'on trouvera par la Regle de Trois que cette ligne AM vaut 66 pieds, à la-

à laquelle si l'on ajoûte les 4 pieds de la ligne BM, ou GH son égale, la somme donnera, comme auparavant, 70 pieds pour la hauteur proposée AB.

REMARQUE I.

Si vous voulez sçavoir la distance de tous les piquets à la base B de la hauteur AB, il suffira d'en avoir une, par exemple la plus grande BC, ou EM, qui est quatriéme proportionnelle aux trois lignes FN, EN, AM, lesquelles étant connuës, la quatriéme proportionnelle EM sera aussi connuë : car si l'on multiplie la troisiéme AM par la deuxiéme EN, c'est à dire 66 par 3, & qu'on divise le produit 198 par la premiere FN, ou par 2, le quotient donnera 99 pieds pour la distance BC, de laquelle ôtant les trois pieds de la ligne CD, le reste donnera 96 pieds pour la distance BD, de laquelle si l'on ôte encore les 30 pieds de la ligne DG, l'on aura 66 pieds pour la distance BG, de laquelle enfin si l'on ôte les 2 pieds de la ligne GI, le reste donnera 64 pieds pour la distance BI, &c.

REMARQUE II.

Il eſt évident qu'il ne ſera beſoin que d'une ſtation, pour meſurer en cette maniere la hauteur AB, lorſqu'elle ſera acceſſible, parce que ſi l'on peut meſurer avec un cordeau la diſtance BD, ou FL ſon égale, qui ſoit par exemple de 96 pieds, en conſiderant que la ligne AL étant quatriéme proportionnelle aux trois EN, FN, FL, qui ſont connuës, elle ſera auſſi connuë : car ſi l'on multiplie la troiſiéme FL par la deuxiéme FN, c'eſt à dire 96 par 2, & qu'on diviſe le produit 192 par la premiere EN, ſçavoir par 3, le quotient donnera 64 pieds pour cette ligne AL, à laquelle ſi l'on ajoûte les 6 pieds de la ligne BL, ou DF, ſon égale, on aura 70 pieds pour la hauteur propoſée AB.

Mais on pourra ſe paſſer de la Regle de Trois, pour connoître la quantité de la ligne AL, ſi l'on poſe les deux piquets GH, IK, tellement éloignez entr'eux & de la hauteur AB, que leur diſtance GI ſoit égale à leur difference, comme dans cet exemple de 2 pieds : car alors la diſtance BI, ou KL ſera égale à la ligne AL, à cauſe des deux triangles iſoſcéles équian-

gles ALK, HOK ; ce qui fait que cette ligne AL ſera connuë, parce que dans la ſuppoſition qui a été faite de la hauteur AB acceſſible, l'on peut meſurer avec un cordeau, ou autrement, la diſtance BI, &c.

On peut auſſi meſurer une hauteur acceſſible avec un ſeul piquet, lorſque le terrain ſera horizontal, ſçavoir par le moyen de ce piquet élevé à plomb ſur le plan de l'horizon, & de l'ombre de la hauteur à meſurer, laquelle ombre doit être meſurée au même temps qu'on meſurera celle du piquet, autrement comme le Soleil ſe meut continuellement autour de la terre, ſi ces deux ombres étoient meſurées en des temps differens, la Regle de Trois qu'il faut faire pour connoître la hauteur propoſée, ſeroit mal appliquée. Suppoſant donc que l'on ait meſuré exactement & au même temps la longueur des ombres du piquet & de la hauteur qu'on cherche, l'on dira ſi la longueur de l'ombre du piquet donne tant de pieds pour la hauteur de ce piquet, combien donnera la longueur de l'ombre de la hauteur propoſée, que l'on trouvera par conſequent en multipliant cette ombre par la longueur du piquet, & en diviſant le produit par la

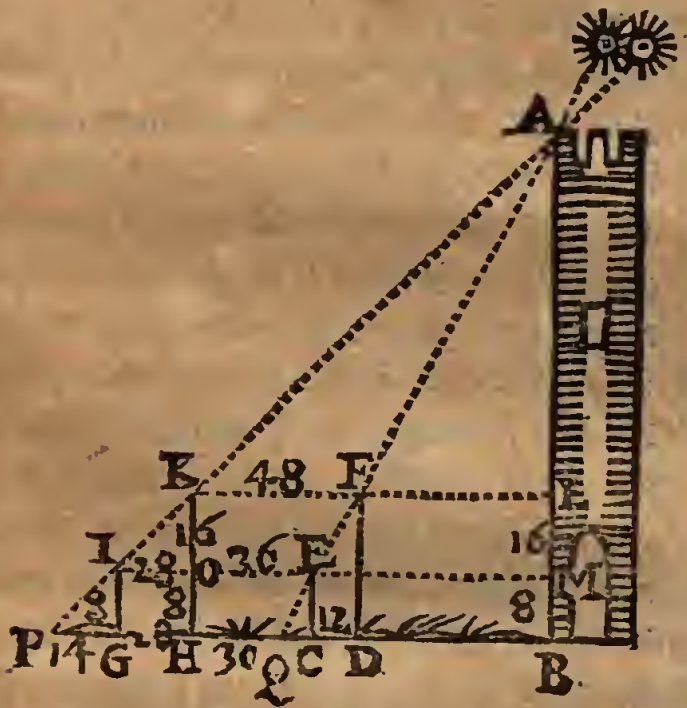
longueur de l'ombre du même piquet. Comme ſi ce piquet eſt long de 6 pieds, que ſon ombre ait 8 pieds de longueur, & que la longueur de l'ombre de la hauteur à meſurer ſoit par exemple de 72 pieds, en multipliant ces 72 pieds par les 6 pieds de la longueur du piquet, & en diviſant le produit 432 par le nombre 8 des pieds de l'ombre du même piquet, le quotient donnera 54 pieds pour la quantité de la hauteur propoſée. Je n'en donne point de Figure particuliere, parce que cela eſt facile à comprendre.

La methode precedente peut ſervir auſſi, quand le terrain ne ſera pas horizontal, pourvû qu'il ſoit par tout uniforme, pour le moins à l'endroit où tombe l'ombre, parce que la moindre inégalité du terrain pourroit faire varier ſenſiblement cette ombre, & cauſer une erreur conſiderable à l'égard de la hauteur à meſurer. Mais on peut appliquer auſſi cette methode à une hauteur inacceſſible, comme vous allez voir au Probleme ſuivant.

PROBLEME XVI.

Mesurer une hauteur inaccessible par le moyen de son ombre.

POur mesurer une hauteur inaccessible, comme AB, aux rayons du Soleil ou de la Lune, par le moyen de son ombre, dont la longueur ne se peut pas mesurer actuellement, puisque cette hau-



teur est supposée inaccessible ; on se servira, comme au Probleme precedent, de deux piquets inégaux élevez à plomb,

par deux ſtations differentes, qu'on fera en cette ſorte.

Si l'ombre de la hauteur AB ſe termine à midy, par exemple en Q, il faut que deux perſonnes élevent à plomb ſur la ligne BQ, les deux piquets EC, FD, tellement éloignez entr'eux, que l'ombre de leurs extrémitez E, F, d'enhaut ſe termine au même point Q, en ſorte que ces deux extrémitez E, F, ſoient dans le rayon AQ, qui termine l'ombre BQ de la hauteur AB : & alors on doit meſurer avec un cordeau la ligne CQ, qui ſoit par exemple de 6 pieds, & auſſi la ligne DQ, que nous ſuppoſerons de 18 pieds, qu'il ne ſera pas neceſſaire de meſurer, ſi l'on connoît la longueur des deux piquets EC, FD, parce que cette ligne DQ eſt quatriéme proportionnelle aux trois EC, CQ, FD, qui ſont connuës : c'eſt pourquoy en ſuppoſant EC de 8 pieds, & FD de 24 pieds, la ligne DQ ſe trouvera de 18 pieds, parce qu'en multipliant FD par CD, c'eſt à dire 24 par 6, & en diviſant le produit 144 par EC, ou par 8, le quotient eſt 18 pour la ligne DQ, de laquelle ôtant les 6 pieds de l'ombre CQ, le reſte donnera 12 pieds pour la ligne CD, ou par la diſtance des deux piquets EC, FD.

Environ deux ou trois mois aprés que le Soleil aura changé de place dans le Zodiaque, & que par conſequent l'ombre de la hauteur à meſurer aura changé ſenſiblement à midy, étant parvenuë par exemple en P ; faites élever pareillement à plomb les deux piquets IG, KH, égaux aux deux precedens EC, FD, en ſorte que ces quatre piquets ſoient placez dans la ligne droite BP, qui repreſentera la ligne Meridienne, parce que l'on ſuppoſe que ces piquets ont été ainſi placez préciſément à midy ſi l'on travaille de jour, ou quand la Lune eſt au Meridien ſi l'on travaille de nuit, & alors il n'eſt pas neceſſaire d'attendre ſi long-temps à faire la ſeconde operation, car 8 ou 10 jours aprés la premiere ſuffiſent, parce que dans cet intervalle de temps la Lune change ſenſiblement ſa declinaiſon, à cauſe que par ſon mouvement propre elle aura parcouru une partie conſiderable du Zodiaque : mais pour une plus grande ſeureté, il vaut mieux travailler au Soleil qu'à la Lune.

Ayant donc élevé les deux piquets IG, KH, comme il a été dit, meſurez avec un cordeau la ligne HQ, qui ſoit par exemple de 30 pieds, auquel cas la ligne HC ſera de 36 pieds, & la ligne

HD de 48. Mesurez aussi l'ombre PG; que nous supposerons de 14 pieds, & alors la ligne PH se trouvera de 42, & la ligne GH par consequent de 28, parceque cette ligne PH est quattiéme proportionnelle aux trois IG, PG, KH, à cause des deux triangles équiangles, PGI, PHK. Enfin tirez par les deux extrémitez F, K, des deux piquets égaux FD, KH, & aussi par les deux extrémitez I, E, des deux autres piquets égaux IG, CE, les droites KL, IM, qui seront paralelles entr'elles & à la ligne Meridienne PQ: & achevez le reste en cette sorte.

Ayant multiplié la ligne HD par le plus petit piquet EC, ou GI son égal, c'est à dire 48 par 8, divisez le produit 384 par l'excez 8 de la plus grande ombre PG sur la plus petite CQ, à l'égard des deux plus petits piquets égaux IG, CE, & le quotient donnera 48 pieds pour la hauteur du point ou sommet A, au dessus du plus grand piquet ED, ou KH, c'est à dire pour la ligne AL, à laquelle par consequent si l'on ajoûte les 24 pieds de la ligne BL, ou du plus grand piquet FD, la somme donnera 72 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

REMAR-

REMARQUE I.

Si vous voulez connoître la longueur des deux ombres BP, BQ, de la hauteur AB, multipliez la ligne KF, ou DH son égale, par la ligne CQ, c'eſt à dire 48 par 6, & diviſez le produit 288 par le nombre 8 de la difference des deux ombres PG, CQ, à l'égard des deux plus petits piquets IG, CE, qui ſont égaux, & le quotient donnera 36 pieds pour la ligne BD, à laquelle ſi l'on ajoûte les 18 pieds de la ligne DQ, la ſomme donnera 54 pieds pour la plus petite ombre BQ, à laquelle ajoûtant les 72 pieds de la ligne PQ, l'on aura 126 pieds pour l'ombre la plus grande BP.

REMARQUE II.

Ceux qui ſçavent la Geographie, connoîtront facilement qu'il ne ſera pas beſoin de faire les deux operations en des temps ſi éloignez, ni de les faire preciſément à midy, lorſque le Soleil ſera dans l'Equateur, en tous les lieux de la terre, qui ſont ſcituez au milieu de la Zone torride : car au lieu de les faire à midy, on les doit faire dans le même

jour en deux autres temps, dont le plus proche de midy en ſoit éloigné au moins de deux heures, & l'autre temps ſoit éloigné du premier auſſi de deux ou de trois heures, afin que l'ombre de la hauteur propoſée croiſſe ſenſiblement: étant certain qu'à midy le Soleil eſt au Zenit au temps des Equinoxes, & qu'ainſi les corps élevez à plomb ne jettent point d'ombre ſur l'horizon d'un lieu de la terre ſcitué au milieu de la Zone torride.

REMARQUE III.

On connoîtra auſſi facilement que dans l'horizon de la Sphere paralelle, les deux operations ne ſe peuvent pas faire le même jour, parce qu'en un jour de 24 heures la longueur de l'ombre demeure la même, parce que dans cet eſpace de temps la declinaiſon du Soleil ne change pas ſenſiblement. Ainſi l'on doit faire ces deux operations en deux temps autant éloignez qu'il en ſera beſoin, pour faire que la declinaiſon du Soleil ſoit ſuffiſamment changée, & qu'ainſi l'ombre de la hauteur propoſée ſoit changée ſenſiblement: & qu'il eſt libre de faire les deux mêmes operations à telle heure qu'on voudra, pourvû qu'elles ſoient faites à la même heure.

REMARQUE IV.

Cette maniere de meſurer une hauteur inacceſſible par ſon ombre eſt plus curieuſe qu'utile ; mais on la peut rendre plus courte & plus facile, parce qu'on peut ſe paſſer d'un ſeul piquet en chaque operation, ces deux piquets pouvant être égaux, ou inégaux, comme vous allez voir.

Si vous voulez vous ſervir des deux plus petits piquets égaux IG, CE, multipliez leur diſtance CG, ou EI, par le nombre des pieds de l'un de ces deux piquets égaux, c'eſt à dire 64 par 8, & diviſez le produit 512 par la difference 8 des deux ombres PG, CQ, des mêmes piquets, & le quotient donnera 64 pieds pour la hauteur du ſommet A au deſſus de ces deux piquets, ſçavoir AM, à laquelle ſi l'on ajoûte les mêmes 8 pieds de l'un de ces deux piquets, ou de la ligne BM, la ſomme donnera 72 pieds, comme auparavant, pour la hauteur propoſée AB.

L'on trouvera de la même façon la hauteur AL du même ſommet A au deſſus des deux plus grands piquets HK, DF, ſçavoir en multipliant leur diſtance

HC, ou KF, par le nombre des pieds de l'un de ces deux piquets égaux HK, DF, ſçavoir 48 par 24, & en diviſant le produit 1152 par la difference 24 des deux ombres PH, DQ, des deux mêmes piquets HK, DF: car le quotient donnera comme auparavant, 48 pieds pour la ligne AL, &c.

REMARQUE V.

J'ai dit que les piquets doivent être placez ſur la ligne de l'ombre de la hauteur propoſée, c'eſt à dire ſur la ligne Meridienne, & que leurs extrémitez d'enhaut doivent être dans le rayon du Soleil, qui bornent les deux ombres de la hauteur à meſurer; afin que tous les triangles qui ſe forment par ces rayons, ſoient dans un même Plan: autrement les raiſonnemens dont je me ſuis ſervi pour découvrir les manieres qui ont été enſeignées pour connoître la hauteur propoſée, ſeroient ſans fondement. Neanmoins dans la pratique, il eſt libre de poſer les piquets en tel lieu qu'on voudra du Plan, ſur lequel tombe la hauteur qu'on cherche, parce que la longueur de ces piquets ne ſçauroit changer, à quelque diſtance qu'ils ſoient de la hau-

teur à mesurer, à cause de la distance énorme du Soleil à la terre, pourvû que ces deux piquets soient éloignez entr'eux comme ils le sont dans la position que nous leur avons donnée, ce qui semble ne pouvoir pas se faire autrement que comme nous avons dit.

REMARQUE VI.

Il est évident que si au lieu de faire la premiere operation à midy, on la veut faire à quelqu'autre heure du jour, on le pourra faire, & alors on observera le vertical du Soleil en ce temps-là, & l'on fera la seconde operation dans un temps auquel la declinaison du Soleil aura changé sensiblement, mais non pas à la même heure, cette seconde operation se devant faire à l'heure à laquelle le Soleil se rencontrera dans le même vertical où il étoit au temps de la premiere operation, ce que l'on connoîtra facilement par le moyen d'une Table des Verticaux du Soleil, supputée pour la latitude du lieu où l'on sera, afin que l'ombre du sommet A se trouve dans chaque operation dans la même ligne droite qui passe par la base B, laquelle ligne droite representera le vertical du Soleil, &c.

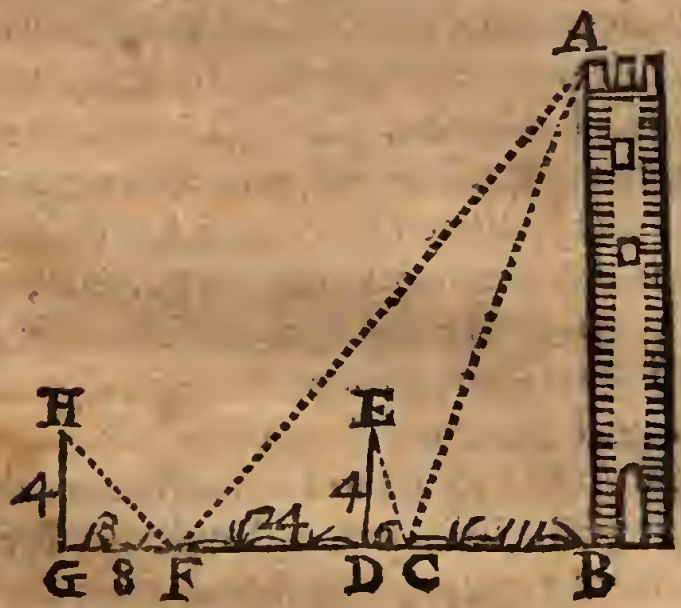
PROBLEME XVII.

Mesurer par réfléxion une hauteur inaccessible, lorsque le terrain est horizontal.

SI la hauteur à mesurer AB est inaccessible, & que le terrain BG soit horizontal, appliquez en un lieu commode de ce terrain, comme en C, une piece de miroir plan, en sorte que sa scituation soit bien horizontale : & comme la moindre inégalité peut causer une erreur considerable, au lieu d'une piece de miroir, mettez-y de l'eau, dont la surface est naturellement horizontale dans un petit espace, & élevez à plomb sur la ligne droite BC, le piquet ED à telle distance du point C de réfléxion, que l'œil étant mis en E, il voye par réfléxion dans ce miroir l'image du sommet A, par le rayon de réfléxion CE, qui fait avec CD l'angle de réfléxion ECD égal à l'angle d'incidence ACB ; de sorte que les deux triangles rectangles ABC, EDC, seront équiangles. Enfin mesurez exactement la longueur du piquet ED, qui soit par exemple de 4 pieds, & la distance CD, que nous supposerons de 6 pieds.

Aprés cela appliquez sur la même li-

gne horizontale BG, à une distance raisonnable du point C, comme en F, une autre piece de miroir plan ; & élevez à plomb, comme auparavant, sur la même ligne BG, le piquet HG égal au precedent ED, & tellement éloigné du point F, que l'œil étant mis en H, il apperçoive dans le miroir F, l'image du même sommet A, par le rayon de réfléxion FH, faisant avec



la ligne FG, l'angle de réfléxion GFH égal à l'angle d'incidence AFB. Mesurez aussi la ligne FG, qui soit par exemple de 8 pieds, & la ligne FC, que nous supposerons de 30 pieds, auquel cas la ligne FD sera de 24 pieds, & achevez le reste en cette sorte.

Ayant multiplié les pieds de la ligne CF, par les pieds du piquet ED, ou GH, c'eſt à dire 30 par 4, diviſez le produit 120 par l'excez 2 de la diſtance GF ſur la diſtance CD, & le quotient donnera 60 pieds pour la hauteur AB, qu'on cherche.

REMARQUE I.

Si vous voulez connoître la diſtance des deux miroirs F, C, à la hauteur AB, ſçavoir les deux lignes FB, BC; ayant trouvé la hauteur AB de 60 pieds, comme il vient d'être enſeigné, l'on conſiderera que la ligne FB eſt quatriéme proportionnelle aux trois HG, FG, AB, qui ſont connuës: & que la ligne BC eſt auſſi quatriéme proportionnelle aux trois ED, CD, AB qui ſont pareillement connuës. Ainſi l'on pourra connoître ces deux lignes FB, BC, par la Regle de Trois, en cette ſorte.

Si l'on multiplie la hauteur AB par la ligne FG, c'eſt à dire 60 par 8, & qu'on diviſe le produit 480 par la ligne GH, ſçavoir par 4, le quotient donnera 120 pieds pour la diſtance BF, de laquelle ſi l'on ôte les 30 pieds de la ligne CF, le reſte donnera 90 pieds pour la diſtance BC, que l'on peut auſſi trouver en mul-

tipliant pareillement la hauteur AB par la ligne CD, c'eſt à dire 60 par 6, & en diviſant le produit 360 par la ligne DE, ſçavoir par 4 : ou bien en multipliant la diſtance trouvée BF, par la ligne CD, c'eſt à dire 120 par 6, & en diviſant le produit 720 par la ligne CG, ſçavoir par 8.

REMARQUE II.

Mais on peut connoître les deux mêmes diſtances FB, BC, immediatement & indépendamment de la hauteur AB, en cette ſorte,

Pour trouver en premier lieu la diſtance BC, multipliez la ligne CF par la ligne CD, c'eſt à dire 30 par 6, & diviſez le produit 180 par la difference des deux lignes FG, CD, ſçavoir par 2, & le quotient donnera, comme auparavant, 90 pieds pour la diſtance BC qu'on cherche, à laquelle ſi l'on ajoûte les 30 pieds de la ligne CF, l'on aura auſſi, comme auparavant, 120 pieds pour la diſtance BF, que l'on aura auſſi en multipliant la ligne CF par la ligne FG, c'eſt à dire 30 par 8, & en diviſant le produit 240 par la difference 2 des deux lignes FG, CD: ou bien en multipliant la ligne trouvée

BC par la ligne FG, c'eſt à dire 90 par 8, & en diviſant le produit 720 par la ligne CD, ſçavoir par 6, &c.

REMARQUE III.

Il eſt évident qu'il ne ſera beſoin que d'un miroir, comme C, quand la hauteur AB ſera acceſſible, parce que cette hauteur AB eſt quatriéme proportionnelle aux trois CD, DE, BC, qui ſont connuës, à cauſe qu'on les peut meſurer avec un cordeau, &c.

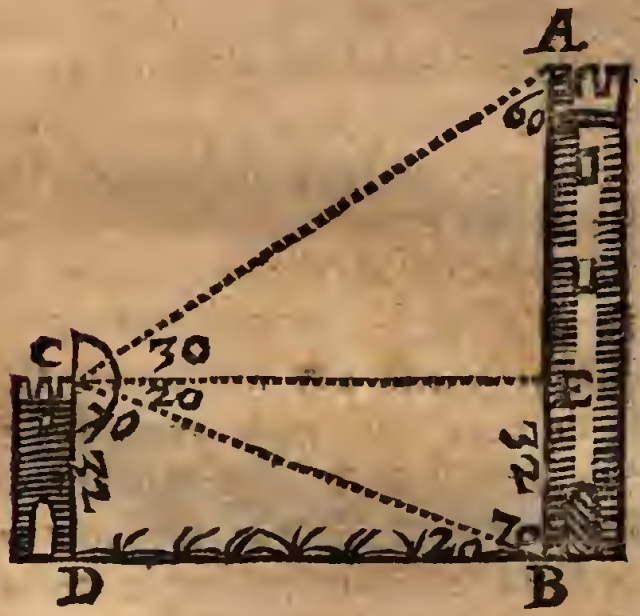
PROBLEME XVIII.

Meſurer du ſommet d'une petite hauteur une hauteur plus grande.

POur connoître la hauteur AB du ſommet C de la plus petite hauteur CD, tirez par penſée de ce ſommet C, la ligne horizontale CE, qui ſera paralelle & égale à la ligne BD, que je ſuppoſe auſſi horizontale : & aprés avoir meſuré avec un cordeau qui porte en ſon extrémité d'enbas quelques corps peſans, la hauteur CD, que je ſuppoſerai de 32 pieds, & avec un Graphometre, ou autrement, l'angle viſuel ACE, qui ſoit par exemple

de 30 degrez, & l'autre angle visuel BCD, que nous supposerons de 70 degrez, dont le complement, ou l'angle DBC sera par consequent de 20 degrez, ou de 1200 minutes, par le moyen duquel & du plus petit côté CD du triangle rectangle CDB, on pourra connoître premierement l'autre côté BD, ou CE son égal, en cette sorte.

Ayant ôté ce premier nombre 10320 de la racine quarrée 20217 de l'excez 408729600



de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 17280000 du quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle DBC : & ayant multiplié le reste 9897 par le nombre 32 des pieds du côté CD,

diviſez le produit 316704 par le triple 3600 du même nombre 1200 des minutes de l'angle DBC, & le quotient donnera environ 88 pieds pour le côté BD, ou CE qu'on cherche.

Par le moyen de ce côté CE ainſi connu de 88 pieds, & du plus petit angle ACE, que nous avons ſuppoſé de 30 degrez, ou de 1800 minutes, on pourra connoître le plus petit côté AE du triangle rectangle AEC, en cette ſorte.

Ayant ajoûté ce premier nombre 10320, à la rac. quarrée 19675 de l'excez 387129600 de ce deuxiéme nombre 42600960 ſur le dodecuple 38880000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle ACE : & ayant multiplié la ſomme 29995 par le même nombre 1800 des minutes de l'angle ACE ; multipliez encore le produit 5399000 par le nombre 88 des pieds du côté CE, pour avoir cet autre produit 475120800o, lequel étant diviſé par l'excez 93542400 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 12960000 du même quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle ACE, le quotient donnera environ 51 pieds pour la ligne AE, à laquelle ſi l'on ajoûte les 32 pieds de la ligne BE, ou CD ſon égale, la ſomme donnera 83 pieds pour la hauteur propoſée AB.

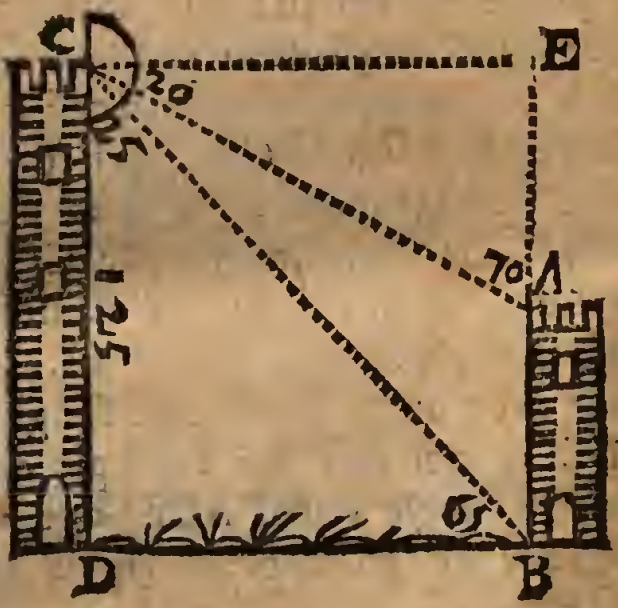
PROBLEME XIX.

Mesurer du sommet d'une grande hauteur une hauteur plus petite.

POur connoitre du sommet C de la hauteur CD, la hauteur plus petite AB, dont la base B est supposée au niveau de la base D de la hauteur CD, en sorte que le terrain BD soit horizontal; mesurez avec un cordeau pendant librement en bas par un poids attaché à son extrémité, la hauteur CD, qui soit par exemple de 125 pieds, & tirez par le sommet C, la ligne horizontale CE, qui rencontre à angles droits la hauteur à mesurer AB prolongée au point E, pour mesurer avec un Graphometre l'angle visuel BCD, qui soit par exemple de 25 degrez, & l'angle visuel ACE, que nous supposerons de 20 degrez. Aprés quoy on trouvera premierement le plus petit côté BD du triangle rectangle BDC, en cette sorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 10320, la rac. quarrée 19975 de l'excez 399009600 de ce second nombre 426009600 sur le dodecuple 27000000 du quarré 2250000 du nombre 1500 des minutes de l'angle

BCD : & ayant multiplié la ſomme 30295 par le même nombre 1500 des minutes de l'angle BCD ; multipliez encore le produit 45442500 par le nombre 125 des pieds du côté CD, pour avoir ce ſecond produit 5680312500, lequel étant diviſé par l'excez 97502400 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 9000000 du même quarré 2250000 du nombre 1500



des minutes de l'angle BCD, le quotient donnera environ 58 pieds pour le côté BD, par le moyen duquel, ou de CE ſon égal, on trouvera le plus petit côté AE du triangle rectangle AEC, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 10320, la rac. quarrée 20217 de l'excez 408729600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le dodecuple 17280003 du quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle ACE : & ayant multiplié la ſomme 30537 par le même nombre 1200 des minutes de l'angle ACE ; multipliez le produit 36644400 par le nombre 58 des pieds du côté CE, pour avoir cet autre produit 2125375200, lequel étant diviſé par l'excez 100742400 de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 5760000 du même quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle ACE, le quotient donnera 21 pieds pour la ligne AE, laquelle étant ôtée des 125 pieds de la ligne BE, ou CD ſon égale, le reſte donnera 104 pieds pour la hauteur AB, qu'on cherche.

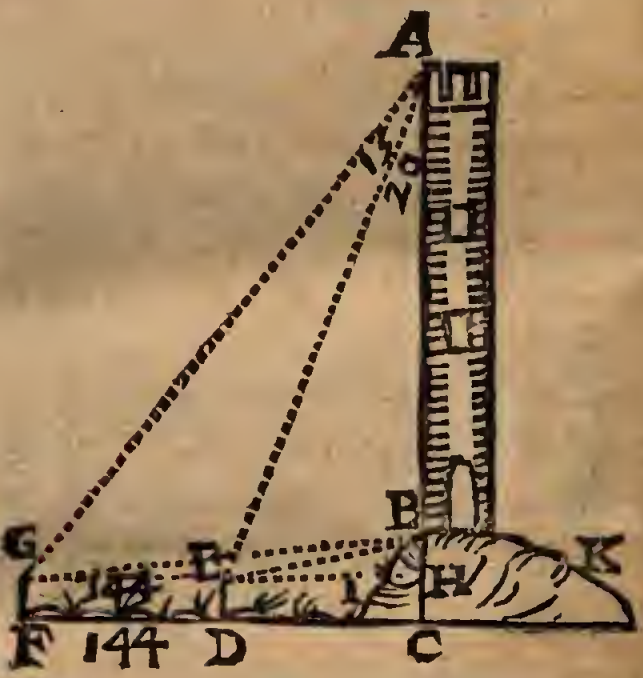
PROBLEME XX.

Meſurer d'enbas la hauteur d'une Tour ſcituée ſur une montagne.

IL eſt évident que pour connoître d'enbas la hauteur de la Tour AB au deſſus de la Montagne, ou d'un Rocher IK, ſur lequel cette tour eſt ſcituée, il n'y a

qu'à meſurer la hauteur AC du ſommet A au deſſus du plan de l'horizon CF, & la hauteur BC de la baſe B, que je ſuppoſe viſible d'enbas, au deſſus du même horizon CF, & ôter la hauteur BC de toute la hauteur AC, pour avoir la hauteur AC, qu'on cherche.

Mais pour venir à la pratique, ayant fait vôtre premiere ſtation en un lieu com-



mode, comme en D, duquel on puiſſe voir la baſe B de la tour AB, pour y élever à plomb le piquet ED d'une longueur volontaire, comme de 4 pieds; meſurez avec un Graphometre la quantité

tité des deux angles visuels AEH, BEH, qui se font au point E, par les deux rayons visuels AE, BE, & par la ligne horizontale EH.

Ayant fait ensuite sur la même ligne CD, que je suppose horizontale, une seconde station en un point raisonnablement éloigné du premier D, comme en F, pour y élever à plomb le piquet FG égal au precedent ED, en sorte que le point G se rencontre dans la même ligne EH prolongée ; mesurez aussi avec un Graphometre la quantité des deux angles visuels AGH, AGB, & avec un cordeau la ligne FD, qui soit, par exemple, de 144 pieds, auquel cas la ligne GE son égale, sera aussi de 144 pieds.

Par le moyen de ces angles visuels *ainsi* connus, les autres angles qu'on ne peut pas mesurer avec un Instrument, seront facilement connus, en considerant que les trois angles d'un triangle rectiligne font ensemble toujours 180 degrez: & si on les suppose tels que vous les voyez marquez dans la Figure, l'on pourra facilement connoître par le moyen de la ligne GE connuë de 144 pieds, les autres lignes, & par consequent la hauteur AB qu'on cherche, qui se peut aussi trouver indépendamment des deux hauteurs

AC, BC, dans celuy qu'on voudra des deux triangles obliquangles ABE, ABG, &c.

PROBLEME XXI.

Mesurer la largeur & la hauteur d'une montagne, sur laquelle on peut monter & descendre facilement, lorsque le terrain de dessus est horizontal.

POur connoître la largeur AC, & la hauteur EF, ou BD, de la montagne AEBC, dont le panchant AE, & BC, de chaque côté soit à peu prés en ligne droite, & dont le dessus EB se termine en plaine ; tirez par pensée par les deux extrémitez E, F, d'enhaut les deux lignes à plomb EF, BD, qui seront physiquement paralelles entr'elles, & qui retrancheront par consequent de la base AC, la partie DF égale à la ligne horizontale BE, que nous supposerons de 120 pieds.

Aprés cela, ayant élevé à plomb aux deux extrémitez d'enbas A, C, & aux deux extrémitez d'enhaut E, B, les quatre piquets égaux AH, CG, EK, BI, d'une longueur volontaire ; mesurez avec un Graphometre la quantité de l'angle visuel DIG, qui soit par exemple de 30.

degrez, auquel cas l'angle CBD sera aussi de 30 degrez, à cause des deux paralelles IG, BC. Mesurez aussi avec le même Graphometre l'angle visuel FKH, que nous supposerons de 40 degrez, auquel cas l'angle AEF, sera aussi de 40 degrez, à cause des deux paralelles AE, KH. Enfin mesurez avec un cordeau la ligne BC, qui soit par exemple de 150 pieds, & la ligne AE, que nous supposerons de 169

pieds, quoy qu'il ne soit pas necessaire de connoître cette ligne AE, la premiere BC étant connuë, lorsque la ligne BE sera horizontale, telle que nous l'avons icy supposée, comme vous verrez par la suite.

Pour connoître premierement la hauteur EF, ou BD, ayant multiplié par ce premier nombre 10320 la racine quarrée

9838 de l'excez 96782400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle CBD : & ayant ôté du produit 101528160 le double 6480000 du même quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle CBD, multipliez le reſte 95040160 par le nombre 150 des pieds de la ligne BC, pour avoir ce produit 14256024000, lequel étant diviſé par la ſomme 109742400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 3240000 du même nombre 1800 des minutes de l'angle CBD, le quotient donnera 130 pieds pour la hauteur EF, ou BD qu'on cherche.

Si du quarré 22500 de la ligne BC, que nous avons ſuppoſée de 150 pieds, on ôte le quarré 16900 de la ligne BD, qui a été trouvée de 130 pieds, & qu'on prenne la racine quarrée du reſte 5600, l'on aura 75 pieds pour la ligne CD, à laquelle ſi l'on ajoûte les 120 pieds de la ligne DF, la ſomme donnera 195 pieds pour la ligne CF, qui ſervira pour connoître la largeur AC, quand on aura trouvé le plus petit côté AF du triangle rectangle AFE, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 10320, la rac. quarrée 18891 de l'excez 1356889600 de ce ſecond nombre 426009600 ſur le

dodecuple 69120000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle AEF : & ayant multiplié la ſomme 29211 par le même nombre 2400 des minutes de l'angle AEF ; multipliez le produit 70106400 par le nombre 130 des pieds du côté EF, pour avoir cet autre produit 9113832000, lequel étant diviſé par l'excez de ce troiſiéme nombre 106502400 ſur le quadruple 23040000 du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle AEF, le quotient donnera 109 pieds pour le côté AF, auquel ajoûtant les 195 pieds de la ligne CF, l'on aura 304 pieds pour la largeur AC qu'on demande.

REMARQUE I.

Vous voyez que la ligne AE ne contribuë point à connoître la largeur AC, & que par conſequent il eſt inutile de meſurer cette ligne AE, ſi ce n'eſt pour connoître par ſon moyen, & par le plus petit angle AEF du triangle rectangle AFE, la ligne EF, qui fera connoître que la ligne BE eſt horizontale, lorſque cette ligne EF ſe trouvera égale à la ligne BD ; autrement il eſt évident que le terrain BE panchera du côté de la plus petite de ces

deux perpendiculaires EF, BD, & alors la ligne BE ne ſera plus égale à la ligne DF, & la methode precedente ne ſervira plus pour connoître la largeur AC, laquelle dans ce cas on connoîtra comme il ſera enſeigné dans le Probleme ſuivant.

REMARQUE II.

Lorſque le talud d'une ſemblable montagne ſera conſiderable, & qu'elle ſera facile à monter & à deſcendre, l'on pourra connoître ſans Trigonometrie ſa hauteur & ſa largeur par une maniere tres ſimple qu'on appelle *Cultellation*, & qui ſe pratique en cette ſorte.

Ayant appliqué à l'extrémité E d'enhaut, une longue perche qui ſoit bien droite & bien horizontale, ce que l'on fera facilement avec un niveau, comme EG ; faites pendre de ſon extrémité G, une fiſſele, ou petit cordeau avec un plomb, qui donnera ſur terre le point H, où vous appliquerez de nouveau la perche horizontale HI d'une longueur connuë, & faites pareillement pendre de ſon extrémité I un autre filet avec ſon plomb, qui donnera ſur terre le point K, où il faudra, comme auparavant, appliquer

une troiſiéme perche horizontale KL, dont le filet LM pandant librement avec ſon plomb de l'extrémité L, donnera ſur terre le point M, où l'on appliquera de nouveau une quatriéme perche horizontale MN, dont le filet NA tombe enfin à l'extrémité A d'enbas, lequel étant meſuré, auſſi bien que les trois autres LM,

IK, GH, la ſomme de tous ces filets ou plombs donnera la hauteur, comme la ſomme de toutes les perches MN, KL, HI, EG, que l'on doit auſſi meſurer, donne la quantité du talud AF.

Si l'on applique de la même façon à l'autre extrémité B d'enhaut la perche horizontale BO, avec ſon plomb OP, & enſuite au point P la perche horizontale PQ, avec ſon plomb QR, & en aprés au point R la tróiſiéme perche horizontale RS, avec ſon plomb ST, &

que l'on continuë d'appliquer en descendant des perches horizontales avec leurs plombs, jusqu'à ce que le plomb VC de la derniere perche TV tombe à l'autre extrémité C d'enbas ; tous ces plombs OP, QR, ST, VC, étant mesurez, & ajoûtez ensemble donneront la hauteur BD, & toutes les perches horizontales BO, PQ, RS, TV, étant pareillement ajoûtées ensemble, donneront l'autre talud CD, &c.

PROBLEME XXII.

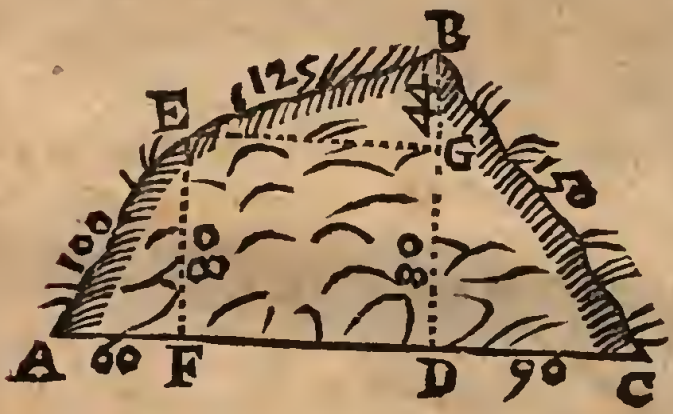
Mesurer la largeur & la hauteur d'une montagne, sur laquelle on peut monter & descendre facilement, lorsque le terrain de dessus est incliné.

SI le terrain BE de la montagne AEBC incline par exemple vers E, en sorte que la ligne à plomb EF, qui represente la hauteur du point E au dessus de la base AC, que je suppose dans le plan de l'horizon, soit plus petite que la ligne à plomb BD, qui represente la hauteur du point B, au dessus de la même base AC ; tirez par ce point E le plus bas la ligne horizontale EG, qui sera égale à la ligne DF, laquelle étant connuë ser-

vira

vira pour connoître la largeur AC, en cette sorte.

Je suppose que par le Probleme precedent, on a trouvé le talud AF de 60 pieds, & la hauteur EF de 80 pieds, par le moyen de la ligne connuë AE de 100 pieds : & que pareillement on a aussi trouvé le talud CD de 90 pieds, & la hauteur BD de 124 pieds, par le moyen de la ligne connuë BC de 153 pieds,



auquel cas la ligne BG se trouvera de 44 pieds, comme l'on connoît en ôtant GD de BD, c'est à dire 80 de 124.

Je suppose aussi que l'on a mesuré avec un cordeau, ou autrement, la ligne BE, & qu'on l'a trouvée par exemple de 125 pieds, laquelle étant l'hypotenuse du triangle rectangle BGE, servira à trouver le côté GE, par le moyen du côté connu BG de 44 pieds, en ôtant son quarré

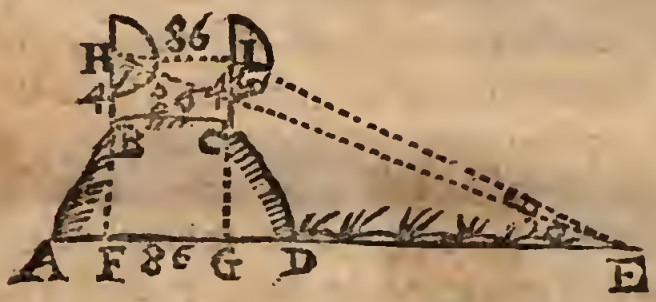
1936 du quarré 15625 de l'hypotenuſe BE, & en prenant la racine quarrée du reſte 13689, qui donnera 117 pieds pour la ligne GE, ou DF ſon égale, à laquelle ſi l'on ajoûte les 90 pieds de la ligne CD, & encore les 60 pieds de la ligne AF, l'on aura 167 pieds pour la largeur AC qu'on cherche.

PROBLEME XXIII.

Meſurer la hauteur d'un emontagne eſcarpée, ſur laquelle on eſt ſcitué.

JE ſuppoſe que le terrain BC de deſſus de la montagne ABCD, eſt horizontal, en ſorte que la ligne BC ſoit paralelle à la baſe AD, qui eſt dans le plan de l'horizon ADE, ſur lequel vous choiſirez à diſcretion un point, comme E, qui puiſſe être vû des deux points de ſtation B, C qui doivent être raiſonnablement éloignez entr'eux, & faire une ligne droite avec le point E, ſi ce point E étoit autant élevé, c'eſt à dire que les trois points E, C, B, doivent être dans un même Plan, afin que par le moyen de ce point E, l'on puiſſe connoître la hauteur FB, ou CG, de la montagne ABCD, en cette ſorte.

Elevez à plomb aux deux points de ſtation B, C, les deux piquets égaux HB, CI, d'une longueur volontaire, comme de 4 pieds, & les ayant prolongez par imagination vers F, & vers G, meſurez avec un Graphometre la quantité des deux angles viſuels FHE, GIE, dont le premier FHE ſera ſuppoſé de 70 degrez, & le dernier GIE de 60 degrez, lequel étant ôté du premier FHE, il reſtera 10 degrez pour le petit angle HEI,



& auquel ajoûtant 90 degrez, à cauſe de l'angle droit HIC, l'on aura 150 degrez pour l'angle obtus HIE; pour l'angle IHE, il ſe trouvera de 20 degrez, parce qu'il eſt le complement de l'angle FHE, qui a été ſuppoſé de 70 degrez, à cauſe de l'angle droit BHI.

Meſurez auſſi avec un cordeau la diſtance BC des deux ſtations, qui ſoit par exemple de 86 pieds, auquel cas ſon égale

HI ſera auſſi de 86 pieds. Ainſi dans le triangle obliquangle HIE, connoiſſant outre les angles, le côté HI de 86 pieds, on pourra connoître le côté HE, qui ſe trouvera de 249 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle EFH, dont le plus petit angle HEF eſt de 20 degrez, ſçavoir le complement de l'angle FHE, que nous avons ſuppoſé de 70 degrez, ſervira pour trouver le plus petit côté HF, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 20640, la racine quarrée 10108 de l'excez 102182400 de ſe ſecond nombre 106502400 ſur le triple 4320000 du quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle HEF : & ayant multiplié la ſomme 30748, par le même nombre 1200 des minutes de l'angle HEF; multipliez le produit 36897600 par le nombre 249 des pieds de l'hypotenuſe HE, pour avoir cet autre prod. 9187502400, lequel étant diviſé par la ſomme 107942400 du ſecond nombre 106502400 & du même quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle HEF, le quotient donnera 85 pieds pour la ligne HF qu'on cherche.

Ou bien l'on trouvera dans le même triangle obliquangle HEI, le côté EI de

169 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle EGI, dont le plus petit angle IEG étant de 30 degrez, ou de 1800 minutes, parce qu'il eſt le complement de l'angle viſuel EIG, qui a été ſuppoſé de 60 degrez, ſervira pour trouver le plus petit côté GI, par une methode tout à fait ſemblable à la precedente, comme vous allez voir.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 20640, la racine quarrée 9838 de l'excez 96782400 de ſe ſec. nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle IEG: & ayant multiplié la ſomme 30478 par le même nombre 1800 des minutes de l'angle IEG; multipliez le produit 54860400 par le nombre 169 des pieds de l'hypotenuſe EI, pour avoir cet autre produit 9271407600, lequel étant diviſé par la ſomme 109742400 du ſec. nombre 106502400, & du même quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle IEG, le quotient donnera, comme auparavant, 85 pieds pour la quantité de la ligne GI, ou FH ſon égale, de laquelle ſi l'on ôte les 4 pieds de la ligne BH, le reſte donnera 81 pieds pour la hauteur FB, ou GC, qu'on cherche.

REMARQUE.

Il y a dans ce calcul une erreur de 2 pieds, en ce que la hauteur FB eſt de 83 pieds, & non pas de 81, comme l'on connoîtra quand on aura égard aux fractions qui ont été negligées dans la valeur des deux hypotenuſes HE, IE : cette omiſſion ayant icy cauſé une erreur de 2 pieds à cauſe l'angle HEI, qui ſe rencontre icy fort aigu, n'étant que de 10 degrez : & pour rendre cet angle HEI, le plus grand qu'il ſera poſſible, afin que l'erreur qui s'enſuivra des fractions negligées ſoit moins conſiderable, & de petite conſequence, il faut choiſir ſur l'horizon le point E autant proche qu'on pourra de la montagne, & les piquets HB, CI, doivent être d'une longueur la plus grande qu'il ſera poſſible, & de plus on doit prendre les deux points de ſtation B, C, autant éloignez entr'eux qu'il ſera poſſible, parce que tout cela rendra les angles viſuels FHE, GIE, moins ouverts, & leur difference, ſçavoir l'angle HEI, plus ouvert, ce qui fera que les deux rayons viſuels HE, IE, ſe couperont moins obliquement, & qu'ainſi l'erreur que l'on pourra commettre en les exprimant en pieds, ſans avoir égard aux fractions, ſera moins conſiderable.

PROBLEME XXIV.

Mesurer sans Trigonometrie une grande distance sur la terre du lieu où l'on est à un autre qu'on ne peut pas voir.

CE Probleme se peut resoudre tres facilement, sans oser dire tres-exactement, par le moyen de la lumiere & du bruit d'un canon, par plusieurs experiences qui ont été faites, à ce que dit le P. Schot Jesuite, en Allemagne d'un gros canon, lequel étant pointé horizontalement, envoyoit en deux secondes de temps un boulet à la distance de 4000 pas Geometriques, ou d'une lieuë d'Allemagne. C'est pourquoy en supposant que la viteſſe du son soit égale à celle du boulet, il sera facile par la Regle de Trois de mesurer une distance sur la terre, dont les extrémitez ne peuvent être vûës l'une de l'autre, pourvû qu'en l'une des deux il y ait un canon, & à l'autre une horloge à pendule bien exacte, pour travailler en cette sorte.

Ayant placé au lieu où l'on est, une horloge à pendule autant exacte qu'il sera possible, & à l'extrémité de la ligne qu'on veut mesurer un gros canon char-

gé & pointé comme il étoit selon l'experience precedente ; mettez vôtre pendule en mouvement, afin de connoître par son moyen le temps qui se sera écoulé depuis le moment que vous aurez apperçû la lumiere du canon, quand on y aura mis le feu, jusqu'à celuy auquel vous aurez entendu le bruit du canon : car si cet espace de temps est par exemple de 3 secondes, en multipliant ce nombre 3 toujours par 2000, le produit donnera 6000 pas Geometriques pour la distance qu'on cherche.

Pour venir à des observations plus modernes, & peut-être plus justes, nous dirons que l'on a aussi remarqué en France, avec une pendule longue de 11 pouces $\frac{1}{3}$, en prenant cette longueur depuis le centre de mouvement jusqu'au centre du poids spherique, qui est une balle de mousquet, que le son d'un canon portoit à la distance de 100 toises de Paris en une vibration, dont l'arc ne surpassoit pas 30 degrez. Ainsi en vous servant d'une semblable pendule, & en multipliant toujours par 100 le nombre des vibrations qui seront faites entre la lumiere & le son du coup de canon qui aura été tiré, l'on aura en toises de Paris la distance du lieu où l'on est à celuy où est le canon.

Quand la ligne à mesurer ne sera pas si grande, l'on pourra au lieu d'un canon se servir d'une arquebuse, dont le son porte à une distance de 230 toises en une seconde de temps, comme l'on a aussi connu par plusieurs experiences. Ainsi en faisant tirer une arquebuse, une personne qui sera à l'une des deux extrémitez de la ligne à mesurer, & en mettant à l'autre extrémité une horloge à pendule qui montre les secondes, pour conter le nombre des secondes qui se seront écoulées depuis que vous aurez apperçû la lumiere de l'arquebuse, ce qui se peut faire de nuit, jusqu'à ce que vous ayez entendu le son causé par le bruit du coup que l'on aura tiré ; si l'on multiplie ce nombre de secondes toujours par 230, l'on aura en toises la longueur de la ligne proposée.

REMARQUE I.

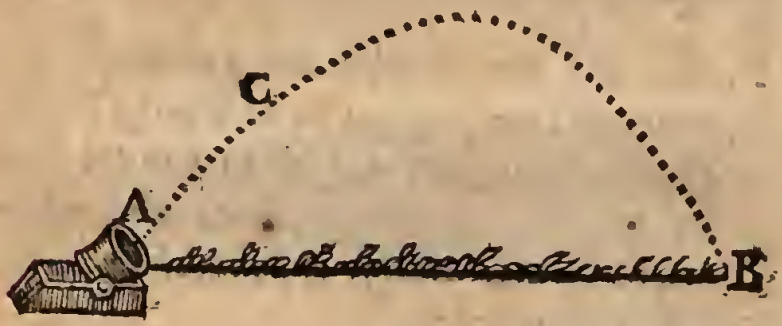
Pour ne rien omettre de tout ce qui peut être utile & agréable pour la mesure des longueurs, je dirai que si la ligne à mesurer peut être vûë de l'une de ses extrémitez à l'autre, & que sa longueur soit au dessous de la plus grande portée d'un mortier, qui se fait à un angle d'é-

levation de 45 degrez ; on pourra ſe ſervir utilement de ce mortier pour connoître par les ſinus la longueur de la ligne propoſée à meſurer, en cette ſorte.

Ayant reglé la charge d'un mortier, en le chargeant d'une certaine quantité de poudre, & d'un boulet d'une certaine groſſeur, ſuivant la capacité de la chambre de ce mortier, & l'épaiſſeur de ſon metal : & luy ayant donné par le moyen d'un quart de Cercle l'élevation de 45 degrez ; placez le à l'extrémité de quelque plaine, & tirez le boulet à toute volée, en mettant le feu à la faſée du mortier, & enfin meſurez exactement la diſtance du mortier au lieu où le boulet aura tombé : car cette diſtance eſt la plus grande portée du mortier, que nous ſuppoſerons icy de 1200 toiſes.

La plus grande portée de ce mortier étant donc ſuppoſée de 1200 toiſes, ſi vous voulez connoître ſelon cette ſuppoſition la longueur AB, que je ſuppoſe moindre que cette plus grande portée ; ſervez-vous du même mortier chargé de la même façon, & l'inclinez par diverſes repriſes, & par pluſieurs coups tirez, étant poſé à l'extrémité A de la ligne à meſurer AB, que je ſuppoſe horizontale, juſqu'à ce que le boulet parvienne pre-

cisément à l'autre extrémité B, & mesurez exactement l'angle BAC de l'élevation du mortier, & si cet angle est par exemple de 40 degrez, dont le double sera par



consequent de 80 degrez, on pourra connoître la longueur de la ligne proposée AB, en faisant cette analogie,

Comme le sinus total, 100000
A la plus grande portée, 1200
Ainsi le sinus de 80 degrez, 98480
A la ligne AB qu'on cherche, 1182

qui se trouvera d'environ 1182 toises, sçavoir en multipliant le sinus 98480 de 80 degrez, ou du double de l'élevation du mortier, par le nombre 1200 des toises de sa plus grande portée, & en divisant le produit 11817600 par le sinus total 100000.

REMARQUE II.

Si vous n'avez point de Tables de ſinus, ſervez-vous de la Table ſuivante, qui mon-

Tables des amplitudes des paraboles d'écrites en l'air par un boulet pouſſé obliquement par la force de la poudre dont un mortier eſt chargé, avec une même impreſſion de viteſſe, pour chaque degré d'élevation.

Elevat.		Ampl.	Elevat.		Ampl.	Elevat.		Ampl.
1	89	3490	16	74	52992	31	59	88295
2	88	6976	17	73	55919	32	58	89879
3	87	10453	18	72	58779	33	57	92355
4	86	13917	19	71	61566	34	56	92718
5	85	17365	20	70	64279	35	55	93969
6	84	20792	21	69	66913	36	54	95105
7	83	24192	22	68	69466	37	53	96126
8	82	27564	23	67	71934	38	52	97030
9	81	30902	24	66	74314	39	51	97815
10	80	34202	25	65	76604	40	50	98481
11	79	37461	26	64	78801	41	49	99027
12	78	40674	27	63	80902	42	48	99452
13	77	43837	28	62	82904	43	47	99756
14	76	46947	29	61	84805	44	46	99939
15	75	50000	30	60	86603	45	45	100000

tre les amplitudes des paraboles que décrit en l'air un boulet en ſortant du mortier

avec une même force, depuis 1 degré d'élevation jusqu'à 89 degrez, qui étant son complement a la même amplitude, parce que les élevations également éloignées de celle de 45 degrez ont des amplitudes égales, qui sont d'autant plus petites que plus elles sont éloignées de celle qui se fait à l'élevation de 45 degrez, dont l'amplitude est la plus grande, sçavoir dans cette Table 100000, à l'égard de laquelle les autres ont été supputées, celle par exemple qui se fait à l'élevation de 40 degrez, ou de 50 degrez étant 98481.

Ainsi l'on voit par cette Table, que si la plus grande portée du mortier étoit de 100000 toises, celle du même mortier élevé de 40 degrez, comme nous le supposons en cet exemple, seroit de 98481 toises. Mais comme la plus grande portée n'est que de 1200 toises, celle qui se fera à l'élevation de 40 degrez sera plus petite à proportion ; & pour la trouver, on se servira de la Regle de Trois, en disant, si 100000 donne 98481, combien donnera 1200 ; multipliant donc 98481 par 1200, & divisant le produit 118177200 par 100000, le quotient donnera environ 1182 toises, comme auparavant, pour la ligne qu'on cherche.

PROBLEME XXV.

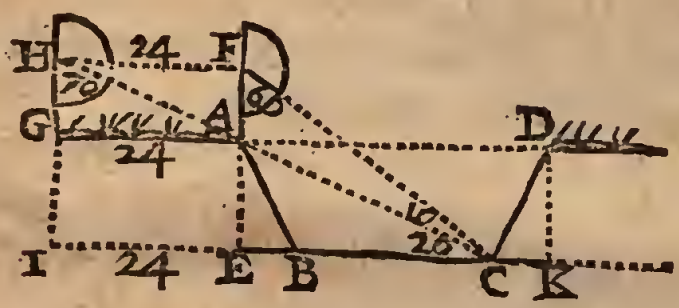
Mesurer la largeur & la profondeur d'un fossé.

POur connoître premierement la profondeur AE, ou GI, ou DK, du fossé, dont le profil est ABCD, que je suppose accessible vers son extrémité A; élevez à plomb à cette extrémité A, le piquet AF d'une longueur volontaire, comme de 4 pieds, & en regardant par les ouvertures des pinnules du Graphometre l'extrémité C d'enbas, mesurez avec le même Graphometre la quantité de l'angle visuel EFC, que nous supposerons de 60 degrez.

Aprés cela faites une seconde station en ligne droite sur le terrain AG, que je suppose horizontal, en un point autant éloigné qu'il sera possible du point A, comme G, pour y élever à plomb le piquet GH égal au premier AF, sçavoir de 4 pieds, & pour mesurer en regardant le même point C, l'angle visuel IHC, qui soit par exemple de 70 degrez, auquel cas l'angle FCH sera de 10 degrez, parce qu'il est la difference des deux angles visuels IHC, EFC. Pour

l'angle FHC, il ſera de 20 degrez, parce qu'il eſt le complement de l'angle IHC, que nous avons ſuppoſé de 70 degrez, & l'angle HFC ſera de 150 degrez, parce qu'il eſt auſſi le complement de l'angle viſuel EFC, qui a été ſuppoſé de 60 degrez.

Enfin meſurez avec un cordeau la diſtance des deux ſtations AG que je ſuppoſerai de 24 pieds, auquel cas ſon égale



FH ſera auſſi de 24 pieds : & dans le triangle obliquangle HFC, connoiſſant les angles, & le côté FH, l'on pourra connoître le côté FC, qui ſe trouvera de 47 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle FEC, dont le plus petit angle ECF eſt de 30 degrez, ſçavoir le complement de l'angle viſuel EFC, qui eſt de 60 degrez, ſervira pour connoître le plus petit côté EF, en cette ſorte.

Ayant ajoûté à ce premier nombre 20640, la racine quarrée 9838 de l'excez 96782400 de ce ſec. nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des min. de l'angle ECF: & ayant multiplié la ſomme 30478 par le même nombre 1800 des min. de l'angle ECF; multipliez le produit 54860400 par le nombre 47 des pieds de l'hypotenuſe CF, pour avoir cet autre produit 2578438800, lequel étant diviſé par la ſomme 109742400 du ſecond nombre 106502400, & du même quarré 3240000 du nombre des minutes de l'angle ECF, le quotient donnera environ 23 pieds pour la ligne EF qu'on cherche.

Ou bien dans le même triangle obliquangle HFC, l'on trouvera le côté CH de 69 pieds, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle HIC, dont le plus petit angle HCI eſt de 20 degrez, ou de 1200 minutes, ſçavoir le complement de l'angle viſuel IHC, qui eſt de 70 degrez, ſervira pour trouver le plus petit côté HI, égal au côté EF, par une methode ſemblable à la precedente, comme vous allez voir.

Ayant ajoûté ce premier nombre 20640, à la rac. quarrée 10108 de l'excez 102182400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple

triple 4320000 du quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle HCI : & ayant multiplié la ſomme 30748 par le même nombre 1200 des minutes de l'angle HCI ; multipliez le produit 36897600 par le nombre 69 des pieds de l'hypotenuſe CH, pour avoir cet autre produit 2545934400, lequel étant diviſé par la ſomme 107942400 du ſecond nombre 106502400, & du même quarré 1440000 du nombre 1200 des minutes de l'angle HCI, le quotient donnera, comme auparavant, 23 pieds pour la ligne HI, ou EF ſon égale, de laquelle ſi l'on ôte les 4 pieds de la ligne AF, le reſte donnera 19 pieds pour la profondeur AE qu'on cherche.

Comme cette profondeur AE n'eſt pas bien grande, la ligne AB ne ſera pas auſſi bien grande, c'eſt pourquoy l'on pourra facilement en connoître la grandeur, en étendant une perche bien droite le long cette ligne AB, que nous ſuppoſerons de 22 pieds : aprés quoy ſi de ſon quarré 484 on ôte le quarré 361 de la ligne EF, qui a été trouvée de 19 pieds, & que l'on prenne la racine quarrée du reſte 123, l'on aura 11 pieds pour le talud EB, qui nous ſervira pour connoître la largeur BC, en cette ſorte.

Si du quarré 2209 de la ligne CF, qui a été trouvée de 47 pieds, on ôte le quarré 529 de la ligne EF, qui a été trouvée de 23 pieds, & que l'on prenne la racine quarrée du reſte 1680, l'on aura preſque 41 pieds pour la ligne EC, de laquelle ſi l'on ôté les 11 pieds du talud EB, le reſte donnera 30 pieds pour la largeur BC qu'on cherche.

REMARQUE.

La ligne CE étant le plus grand des deux côtez du triangle rectangle FEC, dont outre les angles on connoît l'hypotenuſe CF de 47 pieds, ſe peut trouver indépendamment du côté EF, en faiſant ainſi.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320, la racine quarrée 9838 de l'excez 96782400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 9720000 du quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle ECF : & ayant ôté du produit 101528160 le double 6480000 du même quarré 3240000 du nombre 1800 des minutes de l'angle ECF ; multipliez le reſte 95048160 par le nombre 47 des pieds de l'hypotenuſe CF, pour avoir ce produit 4467263520, lequel étant diviſé par la ſomme 109742400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 3240000 du même nombre 1800 des minutes de

l'angle ECF, le quotient donnera presque 41 pieds pour la quantité de la ligne CE, comme auparavant.

PROBLEME XXVI.

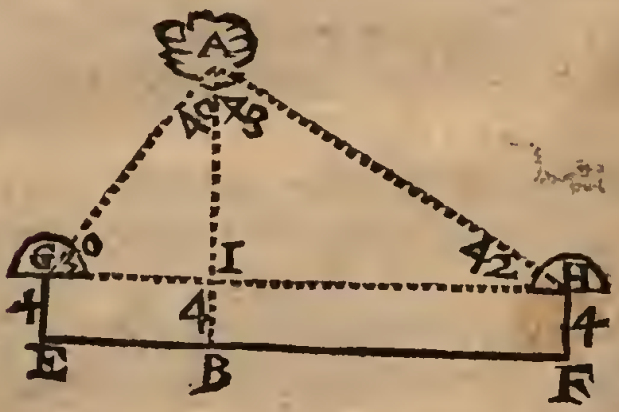
Mesurer la hauteur d'une Nuée.

CE Probleme est un peu difficile, parce que les nuées sont presques toujours dans un continuel mouvement, & qu'ainsi l'on ne peut pas commodément connoître leur hauteur par deux stations, qui doivent être beaucoup éloignées entr'elles, à cause que leur hauteur est ordinairement bien grande. Neanmoins il y a des jours en Esté, où l'air n'étant pas beaucoup agité, les nuées ne sont pas dans un grand mouvement, & ne changent pas si tôt leur figure, ni leur place, ce qui donne le moyen d'en connoître la hauteur, en cette sorte.

Pour trouver la hauteur AB du point de milieu A, ou de quelqu'autre point considerable de la nuée CD, au dessus du plan de l'horizon EF; choisissez une grande plaine, dont le terrain soit bien horizontal, & y marquez à une distance considerable les deux points E, F, qui soient en ligne droite avec le point A,

pour y élever à plomb les deux piquets égaux EG, FH, d'une longeur volontaire, comme de 4 pieds : & comme l'on ſuppoſe que la ligne EF eſt horizontale, ſon égale GH ſera auſſi horizontale dont la longueur doit être meſurée bien exactement avec pluſieurs piquets rangez ſur cette ligne, & un cordeau ; nous la ſuppoſerons icy de 1000 toiſes, pour avoir auſſi en toiſes la hauteur propoſée AB, en cette ſorte.

Lorſque vous ſerez en E, pour meſurer avec un Graphometre l'angle viſuel



AGH, il faut qu'une perſonne avec laquelle vous ſerez convenu de viſer le même point A, aille promptement en F, pour meſurer au même temps que vous avec un Graphometre, l'angle viſuel AHG. Pour cette fin, quand cette perſonne aura diſpoſé ſon Graphometre, en ſorte que

ſon diametre ſoit paralelle à l'horizon, ou convienne avec la ligne GH, pour être en état de meſurer l'angle viſuel AHG, elle vous le doit faire connoître par quelque marque ſenſible, comme par un coup de mouſquet, afin qu'ayant entendu ce coup, vous puiſſiez meſurer au même temps l'un que l'autre chacun la quantité de vôtre angle viſuel. Aprés quoy l'on ne doit pas ſe mettre beaucoup en peine du mouvement de la nuée, parce que l'on en pourra facilement connoître la hauteur AB, par la connoiſſance des deux angles viſuels AGH, AHG, & de la ligne EF, ou GH ſon égale, comme vous allez voir.

Si l'on ſuppoſe l'angle viſuel AGH de 50 degrez, & l'autre angle viſuel AHG de 42 degrez, le troiſiéme angle A du triangle GAH ſe trouvera de 88 degrez, parce qu'il eſt le reſte des deux precedens à 180 degrez, ou égal à la ſomme de leurs complemens. Ainſi connoiſſant dans ce triangle outre les angles, le côté GH, qui a été ſuppoſé de 1000 toiſes, on pourra connoître le côté AG, qui ſe trouvera de 669 toiſes, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle AIG, dont le plus petit angle GAI eſt de 40 degrez, ſçavoir le complement de l'angle AGI,

que nous avons ſuppoſé de 50 degrez, ſervira pour connoître le côté AI, en cette ſorte.

Ayant multiplié par ce premier nombre 10320, la racine quarrée 9446 de l'excez 89222400 de ce ſecond nombre 106502400 ſur le triple 17280000 du quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle GAI : & ayant ôté du produit 97482720 le double 11520000 du même quarré 5760000 du nombre 2400 des minutes de l'angle GAI ; multipliez le reſte 85962720 par le nombre 669 des toiſes de l'hypotenuſe AG, pour avoir cet autre produit 57509059680, lequel étant diviſé par la ſomme 112262400 du ſecond nombre 106502400, & du quarré 5760000 du même nombre 2400 des minutes de l'angle GAI, le quotient donnera 512 toiſes pour la ligne AI qu'on demande

Ou bien dans le même triangle GAH, l'on pourra connoître le côté AH, qui ſe trouvera de 766 toiſes, lequel étant l'hypotenuſe du triangle rectangle AIH, dont le plus petit angle AHI a été ſuppoſé de 42 degrez, ou de 2520 minutes, ſervira pour trouver le plus petit côté, ou la même ligne AI, en cette maniere.

Ayant ajoûté ce premier nombre 20640,

à la racine quarrée 9351 de l'excez 87451200 de ce second nombre 106502400 sur le triple 19051200 du quarré 6350400 du nombre 2520 des minutes de l'angle AHI : & ayant multiplié la somme 29991 par le même nombre 2520 des minutes de l'angle AHI ; multipliez le produit 75577320 par le nombre 766 des toises de l'hypotenuse AH, pour avoir cet autre produit 57892227120, lequel étant divisé par la somme 112852800 du second nombre 106502400, & du même quarré 6350400 du nombre 2520 des minutes de l'angle GHI, le quotient donnera environ 512 toises, comme auparavant, pour la ligne AI, à laquelle si l'on ajoûte les 4 pieds de la ligne BI, l'on aura 512 toises & 4 pieds pour la hauteur AB, qu'on cherche.

FIN.

607621

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAr Privilege du Roy, donné à Paris, le 25. Juillet 1698. Signé LE FEBVRE, Il eſt permis à JEAN JOMBERT, Libraire à Paris, de faire imprimer, vendre & debiter un Livre intitulé *Nouvelle Trigonometrie, où l'on trouve la maniere de calculer toutes ſortes de Triangles rectilignes, &c.* pendant le temps de douze années ; & defences ſont faites à qui que ce ſoit de contrefaire ledit Livre, ſans le conſentement dudit Jombert, à peine de quinze cens livres d'amande, & autres peines portées par ledit Privilege.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, le 11. *Aouſt* 1698.

C. BALLARD, Syndic.

Achevé d'imprimer pour la premiere fois, le 15. Octobre 1698.

De l'Imprimerie de G. P. DU MESNIL.

LIVRES DE MATHEMATIQUE,

Imprimez, ou qui se trouvent chez JEAN JOMBERT, *prés des Augustins, à l'Image Nôtre-Dame.*

TRaité Mathematique, contenant les principales Definitions, Problêmes & Theorêmes d'Euclide, l'Arithmetique en toutes ses parties, la Trigonometrie, la Longimetrie, la Planimetrie & la Stereometrie, les Fortifications Françoise, Hollandoise, Italienne & Espagnole, la maniere d'attaquer & de deffendre les Places, la Perspective Militaire, & la Geographie Universelle par T. Luders, in fol.

Les dix Livres d'Architecture de Vitruve par M. Perrault, fol.

Les Oeuvres Mathematiques de Stevin, in fol.

Les Oeuvres d'Architecture d'Antoine le Pautre, fol.

La Dioptrique Oculaire du Pere Cherubin, fol.

Traité du Jardinage, enrichi de divers desseins de Parterres, par Boyceau, in fol.

Methode pour bien dresser toutes sortes de Comptes à parties doubles, par le sieur Irson, fol.

Les Oeuvres Mathematiques de Marolois, fol.

Tables Astronomiques de Lansberge, fol.

Fortifications du Chevalier de Ville, fol.

Artillerie de Casimir, fol.

Metoposcopie de Cardan, fol.

Fortifications de Dogen, fol.

Les Edifices Antiques de Rome par M. des Godetz, in fol.

Les diverses Machines du Capitaine Augustin Ramelli, fol.

Theatrum Machinarum novum Bockleri, fol.

Architectura Curiosa nova Bockleri, fol.

Apiaria Philosophiæ Mathematicæ Betini, fol. 2. v.

Mydorgii Conica, fol.

Meriani Topographia Galliæ, 4. vol. fol.

Euclides Commandini, fol.
Diffesa & Offesa delle Piazze, di Floriani, fol.

Livres de Navigation.

Traité Complet de Navigation, par M. Bouguier, 4.
Le petit Flambeau de la Mer, ou le veritable Guide des Pilotes, 4.
Le Tresor de la Navigation, par Blondel, 4.
L'Art de naviger par le Quartier de reduction, & par le Compas de proportion, par Blondel, 4.
Le Pilote Expert, par Dacier, 4.
L'Architecture Navale qui enseigne la construction des Vaisseaux, Galeres, &c. par Dacier, 4.
Traité des Pratiques Journalieres des Pilotes, par Cordier, 8.
Journal de Navigation, par Cordier, 8.
Tables Astronomiques, de Pagan, 4.
Usages des Globes, de Blaeu, 4.
Oeuvres de Descartes, 4.
Projet d'une nouvelle Mecanique, par Monsieur Varignon, 4.
Des principes de l'Architecture, de la Sculpture, de la Peinture & des autres Arts qui en dépendent, par Monsieur Felibien, 4.
L'Arithmetique des Ingenieurs, par Monsieur de la Londe, 4.
Pratique Generale & Methodique des Changes étrangers, par Monsieur Irson, 4.
Archimedis Opera, 4.
Apollonii Pergai Conica. } *Barrou.*
Theodosii Spherica. }
—— *Ejusdem Lectiones Optica & Geometrica*, 4.
Argoli Ptolomaus parvus, 4.
—— *De diebus Criticis.*
—— *Pandosion Sphericon*, 4.
Holbes Opera Mathematica & Philosoph. 2. vol. 4.
Casati Mechanicorum, 4.

Cours de Mathematiques, qui comprend toutes les parties de cette Science, diviſé en 5. vol. in 8. où ſont les Elemens d'Euclide, l'Arithmetique, la Trigonometrie, les Tables de Sinus, la Geometrie, Theorique & Pratique, la Fortification, les Mécaniques, la Perſpective, la Geographie, la Gnomonique ou Sciences des Cadrans : tous ces Traitez ce vendent en corps ou ſéparement.

Recreations Mathematiques & Phyſiques, qui contiennent pluſieurs Problemes d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, de Coſmographie, de Mécanique, de Pyrotecnie, & de Phyſique, avec un Traité nouveau des Horloges Elementaires, 2. v. 8.

Oeuvres d'Henrion.

Les Tables de Montoyal, 4.

Les quinze Livres des Elemens Geometriques d'Euclide, 4.

Les mêmes en deux vol. 8.

Les Memoires Mathematiques, 2. vol. 8.

L'Uſage du Compas de Proportion, nouvelle Edition, augmentée, 8.

Les Triangles Spheriques de Theodoſe, 8.

L'Uſage du Mecometre & de la Bouſſole, 8.

La Geometrie d'Errard, 8.

L'Arithmetique de Chauvet, par du Lac, 8.

Coſmographie Univerſelle, 8.

Uſage des Globes, par Huës, 8.

Coſmologie du Monde, 8.

Logocanon ou Regle proportionnelle, 8.

Artillerie de Davelourt, 8.

Traité Aſtrologique de Rantzau, 8.

Traité des Bois ſervans à tous uſages, par Mon-

ſieur Caron, 2. vol. 8.
L'Horographie curieuſe du P. Bobinet, 8.
Horlogeographie du Pere Feüillant, 8.
Harmonie Celeſte, de Monſieur Fayol, 8.
Geographie de Cluvier, 8.
Traité de Geometrie, par le ſieur le Clerc, 8.
Traité de la Sphere, du ſieur Boulenger, augmentée par Monſieur Ozanam, 12.
Pratique de Geometrie ſur le Papier & ſur le Terrain avec figures, par le ſieur le Clerc, 12.
La Longimetrie induſtrieuſe, 12. du P. Bobinet.
Uſage du Cercle Uniuerſel, 12.
Geographie Royale du P. Labbe, 12.
Cartes du Ciel, contenant toutes les Conſtellations.
Catalogue des Etoiles, par Royer, 12.
Traité de Mécanique, par M. de la Hire, 12.
Propheties de Noſtradamus, impreſſion d'Hollande, in 12.
Geomance Aſtronomique, de Cremone, 12.
Nomancie Cabaliſtique des Anciens, 12.
Trigonometrie & Tables de Sinus, par Blondel, 12.
Nouveaux Elemens d'Arithmetique & d'Algebre, par M de Lagny, 12.
Origine des Fontaines, de Monſieur Petrault. 12.
Pap. Maſſo de Fluminibus Gallia, 12. *Cum Notis D Mich. Baudrand.*
Tables de Sinus de Vlacq, de Schooten, de Henrion, & autres.
La Geometrie pratique du ſieur le Boulenger avec des notes de Monſieur Ozanam.
ethode facile pour Arpenter ou meſurer toutes ſortes de ſuperficies, & pour toiſer la Maçonnerie, la Charpenterie, &c. par Monſieur Ozanam, 12.
Remarque & Experience Phyſique ſur la Conſtruction d'une nouvelle Clepſidre ou Horloge d'eau, par Monſieur Amoutons, 12.